

Příklad 1.

Struktura vedení v mafii je velmi chaotická. Každý mafián má své přímé podřízené úplně nezávisle na ostatních. Nikdo v tom nemůže najít žádnou pravidelnost, ba dokonce v tom chaosu se mohou schovávat cykly! Pokud chce mafián zadat rozkaz někomu, kdo není jeho přímý podřízený, deleguje jej svým podřízeným.

Ne všichni jsou ale schopní poslat rozkaz jen tak komukoliv. Nikdo v mafii vlastně ani neví, kdo je Don, tedy mafián, který umí vydat rozkaz komukoliv. Možná je i Donů více. Najdete je?

Příklad 2.

Mějme orientovaný graf G , který není silně souvislý. Ukažte způsob, jak přidat co nejméně hran tak, aby se G stal silně souvislým.

Příklad 3.

Pro každé n nalezněte graf s ohodnocenými hranami a n vrcholy, jenž obsahuje dva vrcholy a, b takové, že mezi nimi existuje $2^{\Omega(n)}$ nejkratších cest.

Příklad 4.

V hradu jsou čtyři typy různých dveří a čtyři typy různých klíčů. Dveřmi daného typu lze procházet až po sebrání příslušného klíče. Nalezněte nejkratší cestu mezi dvěma body v tomto hradu.

Příklad 5.

Mějme bludiště na čtvercové síti, ve kterém se nacházejí dva roboti. Chceme je oba dostat z bludiště ven. Robot přijímá instrukce, kterým směrem se o jedno políčko posune. Pokud v daném směru je zeď, zůstane na místě.

Bohužel oba roboti poslouchají na stejném kanále, takže když pošleme instrukci, provedou ji oba najednou. Najděte nejkratší posloupnost instrukcí, která roboty dostane ven z bludiště.

Příklad 6.

Hrajeme Dolující a Vyráběcí hru, jejíž svět je (pro jednoduchost 2D) mapa n bloků. Dostali jsme se do složitého jeskynního komplexu, kde můžeme najít buďto vzduch nebo kámen. Přes kámen se můžeme dostat pomocí krumpáče, který má ale omezenou životnost – vydrží k použití.

Naštěstí máme celou mapu k dispozici. Rádi bychom proto dopředu našli cestu z naší aktuální pozice ven z jeskyň tak, abychom přitom použili krumpáč co nejméně. Může se taky stát, že se ven nedostaneme, protože se krumpáč rozbije. Dostaneme se ven? Kudy máme jít, abychom se dostali ven?

Příklad 7.

Na přednášce jsme se dívali na graf s délkami hran. Co kdybychom místo toho uvažovali „váhy“ vrcholů? Ukažte, že jde graf s váhami vrcholů převést na graf s délkami hran.