

5. DOMÁCÍ ÚKOL Z DISKRÉTNÍ MATEMATIKY Termín: 16. 11. 2020

Úkol 1. (2 body)

K pevnosti v Helmově žlebu postupují skřeti. V úzké chodbičce za branou na ně s napětím čekají bojovníci: 3 elfové, 4 trpaslíci a 5 lidí. Kolik je možností, jak si mohou stoupnout do řady, aniž by všichni příslušníci téže rasy stáli u sebe? Jednotlivé příslušníky stejné rasy umíme rozeznat.

Stačí výsledek zapsat jako výraz s faktoriály či kombinačními čísly.

Úkol 2. (2 body)

Na konferenci potkal matematik 5 svých dobrých známých. Jelikož program byl bohatý, setkávali se pouze u obědů. Kolik dní trvala konference, pokud:

- s každým jednotlivcem obědval 10 krát,
- s každou dvojicí 5 krát,
- s každou trojicí 3 krát,
- s každou čtvericí 2 krát,
- s celou pěticí právě jednou,
- vždy obědval alespoň s jedním z těchto pěti kamarádů.

Odpovědí je jediné číslo (se zdůvodněním), a toto číslo není 141. Pokud s tímto výrokem nesouhlasíte, nepochopili jste zadání.

Úkol 3. (2 body)

Ve volbách se o post prezidenta ucházeli Alice, Bob a Charlie. Dezinformační web přinesl zprávu, že:

- 65 procent voličů by bylo spokojeno, kdyby byla zvolena Alice,
- 57 procent voličů by bylo spokojeno, kdyby byl zvolen Bob,
- 58 procent voličů by bylo spokojeno, kdyby byl zvolen Charlie,
- 28 procent voličů by bylo spokojeno, kdyby byla zvolena Alice nebo Bob,
- 30 procent voličů by bylo spokojeno, kdyby byla zvolena Alice nebo Charlie,
- 27 procent voličů by bylo spokojeno, kdyby byl zvolen Bob nebo Charlie,
- 12 procent voličů bude s prezidentem spokojeno, ať bude zvolen kterýkoli kandidát.

David chtěl spočítat, kolik procent voličů nebude spokojeno s žádným z možných výsledků voleb, ale dospěl k názoru, že neumí počítat. Ukažte, že chyba nebyla (jen) na jeho straně a že web, který tuto zprávu přinesl, je skutečně dezinformační.

Úkol 4. (3 body)

Nechť M je množina přirozených čísel menších nebo rovných 4200, která jsou dělitelná 2, 3 nebo 7. Každý z vás si jistě dokáže programem na pět řádků včetně výpisu spočítat, že součet čísel v množině je 6302100. Dokážete to ale spočítat i bez počítače pomocí PIE?

Nápověda: Zkuste nejprve určit $\sum_{i=1}^n ci$.