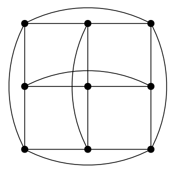
8. CVIČENÍ Z DISKRÉTNÍ MATEMATIKY 23. 11. 2020

Příklad 1.
U následujících grafů rozhodněte, zda jsou Eulerovské:

a) Graf z obrázku:



b) Pro množinu $M = [5]$ graf $G(2^M, \{\{a,b\} \mid a \cap b = \emptyset\})$

c) Souvislý graf G s lichým počtem vrcholů, jehož doplněk je Eulerovský

Příklad 2.
Dokažte, že každý Eulerovský graf lze rozložit na hranově disjunktní sjednocení kružnic (tedy rozložit na kružnice tak, že žádné dvě nesdílí hrany).

Příklad 3.
Dokažte, že graf G se sudými stupni neobsahuje most, tedy hranu e takovou, že $G - e$ má více komponent souvislosti, než G.

Příklad 4.
Hranový graf grafu $G(V, E)$, který má alespoň jednu hranu, je graf $L(G)(E, E')$ takový, že $\{e_1, e_2\} \in E'$ právě když $e_1 \cap e_2 \neq \emptyset$, tedy vrcholy jsou původní hrany a hrany spojují vrcholy reprezentující hrany, které měly společný vrchol.

Dokažte, že hranový graf Eulerovskoho grafu je také Eulerovský.

Příklad 5.
Kolik nejméně a nejvíce hran může mít souvislý multigraf?

Příklad 6.
Ukažte, že každý silně souvislý orientovaný graf obsahuje orientovanou kružnici. Platí to i naopak?

Příklad 7.
Kolik existuje různých orientovaných grafů, jejichž podkladový graf je graf G o n vrcholech a m hranách?

Příklad 8.
Nechť G je orientovaný graf, jehož podkladový graf je strom. Může být G silně souvislý?

Příklad 9.
Skóre orientovaného grafu definujeme jako posloupnost dvojic $(d_{\text{in}}, d_{\text{out}})$, která říká vstupní a výstupní stupně vrcholů. Zkuste vyslovit a dokázat ekvivalent principu sudosti a věty o skóre pro tuto orientovanou verzi.