2. CVIČENÍ Z DISKRÉTNÍ MATEMATIKY 12. 10. 2020

Definice. Značením $a \setminus b$ pro $a, b \in \mathbb{Z}$ myslíme to, že b je delitelné a beze zbytku.

Definice. Je-li $\mathbb{X}$ množina čísel, pak $\mathbb{X}^+$ je její podmnožina kladných čísel.

Příklad 1.

Na množině $\{1, 2, 3, 4\}$ najděte relaci, která je symetrická i antisymetrická.

Příklad 2.

Na množině $\{1, 2, 3, 4\}$ najděte relaci, která není ani symetrická, ani antisymetrická.

Příklad 3.

Určete, kolik je na dané množině relací:

a) reflexivních
b) symetrických
c) antisymetrických

Příklad 4.

Určete maximální počet různých množin, které lze získat ze dvou množin A, B operacemi $\cap$, $\cup$, $\setminus$.

Příklad 5.

Nechť X je konečná množina a R, S relace na této množině. Rozhodněte, zda pro $V \in \{\text{reflexivní}, \text{symetrická}, \text{antisymetrická}, \text{tranzitivní}\}$ a pro $\odot \in \{\cap, \cup, \setminus, \Delta, \circ\}$ platí tvrzení: „Jestliže má R i S vlastnost V, pak i $R \odot S$ má vlastnost V."

Příklad 6.

Jak vypadá relace $R \circ R$, je-li R definovaná jako:

a) relace $=$ na $\mathbb{N}$
b) relace $\leq$ na $\mathbb{N}$
c) relace $<$ na $\mathbb{N}$
d) relace $<$ na $\mathbb{R}$

Příklad 7.

Najděte relace R, S na libovolné množině X takové, že $R \circ S \neq S \circ R$.

Příklad 8.

Rozhodněte, zda jsou následující relace $\sim$ na množině X ekvivalence. Pokud ano, popište třídy ekvivalence:

a) $X = \mathbb{N}$, $p \in \mathbb{N}^+$, $a \sim b \Leftrightarrow p \setminus (a - b)$
b) $X = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$, $a \sim b \Leftrightarrow a \setminus b \wedge b \setminus a$
c) $X = \mathbb{Z}$, $a \sim b \Leftrightarrow b = -a$
d) $X = \mathbb{N}$, $a \sim b \Leftrightarrow |b - a| \leq 1$
e) $X = \mathbb{Z} \times \mathbb{N}^+$, $(a, b) \sim (c, d) \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$
f) $X = 2^{\mathbb{N}}$, $A \sim B \Leftrightarrow$ existuje bijekce z A do B
g) $X =$ množina všech přímek v rovině, $p \sim q \Leftrightarrow p$ a q jsou rovnoběžné