

**Příklad 1.** Ukažte, že každý graf s  $m$  hranami má bipartitní podgraf s alespoň  $m/2$  hranami.

**Příklad 2.** Sestrojte pro každé  $n \geq 3$  graf, který má právě  $n$  koster. Rozmyslete si, proč graf mající právě 2 kostry nemůže existovat.

**Příklad 3.** Ukazovali jsme, že stromy jsou bipartitní grafy. Ukažte, že každý strom obsahuje list ve větší (co do počtu vrcholů) partitě.

**Příklad 4.** Dokažte, že každý graf  $G = (V, E)$  s  $|E| \geq 2|V| - 3$  a  $|V| \geq 4$  obsahuje kružnici, která má tětívu.

**Příklad 5.** Všimněte si, že každý DAG má vrchol, do kterého nevedou žádné hrany.

**Příklad 6.** Ukažte, že je-li orientovaný graf  $\delta^+$  i  $\delta^-$  regulární, potom  $\delta^+ = \delta^-$ .