Příklad 1. Formulujte rozhodování o neprázdosti polyedru jako úlohu lineárního programování.

Příklad 2. Formulujte rozhodování o neomezenosti polyedru jako úlohu lineárního programování.

Příklad 3. Dokažte z definice konvexní kombinace a obalu, že konvexní obal bodů $[0,0],[1,0],[0,1]$ a $[1,1]$ je čtverec s vrcholy v těchto bodech.

Příklad 4. Nechť X, Y jsou (konečné) množiny bodů. A nechť platí, že $\forall y \in Y$ je konvexní kombinace bodů z X. Ukažte, že $\forall z$ takové, že z je konvexní kombinace bodů z Y, je také konvexní kombinace bodů z X.

Příklad 5. Dokažte, že průnik konvexních množin je konvexní množina. Tedy nechť $A_i, i \in I$ jsou konvexní množiny, potom $\cap_{i\in J} A_i$ je také konvexní množina $\forall J \subseteq I$.

Příklad 6. Ukažte, že když bod x splňuje sadu omezení $\mathbf{a}_i^T x \leq b_i$ pro $i = \{1,\ 2, \ldots,\ n\}$, že potom splňuje i libovolnou konvexní kombinaci těchto omezení. Tj. $\forall \beta_1, \ldots,\ \beta_n \geq 0$ takové, že $\sum \beta_i = 1$ platí, že $\sum \beta_i \mathbf{a}_i x \leq \sum \beta_i b_i$.

Příklad 7. Ukažte, že množina všech optimálních řešení úlohy lineárního programování je konvexní množina.

Příklad 8. Nechť $W \subseteq \mathbb{R}^n$ je afinní prostor. Dokažte, že existuje právě jeden lineární prostor $U \subseteq \mathbb{R}^n$ jehož posunutím o nějaký vektor $v \in \mathbb{R}^n$ lze získat $W = U + v$. Charakterizujte všechny vektory $v \in \mathbb{R}^n$, které posunou lineární prostor U na afinní prostor W.

Příklad 9. Dokažte následující tvrzení. Nechť $M \subseteq \mathbb{R}^n$. Pro každý vektor $u \in \mathbb{R}^n$ platí $\mathrm{Aff}(M) + u = \mathrm{Aff}(M + u)$ a $\mathrm{conv}(M) + u = \mathrm{conv}(M + u)$.

Příklad 10. Dokažte následující tvrzení. Vektory $v_1, \ldots, v_k \in \mathbb{R}^n$ jsou lineárně nezávislé právě, když $0, v_1, \ldots, v_k$ jsou afinně nezávislé, kde 0 je nulový vektor. Dále dokažte, že $\mathrm{span}(v_1, \ldots v_k) = \mathrm{Aff}(0, v_1, \ldots, v_k)$.

Příklad 11. Nechť $v, u_1, \ldots u_k \in \mathbb{R}^n$. Vektory $u_1, \ldots, u_k$ jsou afinně nezávislé právě, když vektory $v+u_1, \ldots, v+u_k$ jsou afinně nezávislé.