

**Příklad 1.** Ověřte, že  $\mathbb{C}$  tvoří vektorový prostor nad  $\mathbb{R}$ .

**Příklad 2.** Mějme vektory o třech složkách ve vektorovém prostoru  $V$  nad tělesem  $\mathbb{F}$ . Nalezněte vektory  $u, v, w \in V$ , které jsou lineárně závislé právě když  $\mathbb{F} = \mathbb{GF}[2]$ . Uměli byste postup zobecnit na  $k$ -složkové vektory  $u_1, \dots, u_{k+1}$ ?

**Příklad 3.** Jakou charakteristiku má těleso  $\mathbb{GF}[p^q]$ ?

**Příklad 4.** Dokážete zobecnit předchozí příklad tak, aby  $k+1$ -tice vektorů byla nezávislá v tělese charakteristiky  $ch$  a nezávislá pro větší charakteristiky a 0?

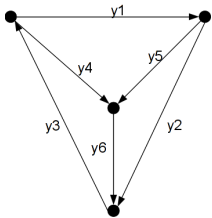
**Příklad 5.** Rozhodněte, zda množiny tvoří podprostor aritmetického vektorového prostoru nad  $\mathbb{C}$

a)  $\{(x, y, z, u) \in \mathbb{C}^4 \mid x + y + 5z = 0\}$ ,

b)  $\{(x, y, z, u) \in \mathbb{C}^4 \mid x + y + 5z = 1\}$ ,

c)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid x^2 + y = 0\}$ .

**Příklad 6.** Nalezněte rovnice pro  $y_1, \dots, y_6$  tak, aby v následující síti platili Kikrhoffovy zakony (co přiteče, musí odtéct). Nalezněte řešení soustavy.



**Příklad 7.** Jaká je souvislost řešení soustav  $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$  a  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ .

**Příklad 8** (Hrátky s větou o výměně). Nechť  $\mathbf{x}$  netriviální řešení  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ . Nechť  $\mathbf{x}_i \neq 0$ , potom nahradím-li  $i$ -tý sloupec matice  $\mathbf{A}$  sloupcem  $\mathbf{b}$  a označím novou matici  $\bar{\mathbf{A}}$ , potom  $\mathbf{Ay} = \mathbf{u}$  má řešení právě když  $\bar{\mathbf{A}}\mathbf{z} = \mathbf{u}$  má řešení.

**Příklad 9.** Najděte matici  $A$ , která nad tělesem  $\mathbb{Z}_5$  splňuje rovnost

$$A \cdot \begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

**Příklad 10.** Ukažte, že soustava  $\mathbf{yA} = \mathbf{b}$  má řešení právě když má řešení soustava  $\mathbf{A}^T \mathbf{y}^t = \mathbf{b}$ .