

121. MATEMATICKÉ  
KOLOKVIUM



**ELEMENTARY RAMSEY  
THEORY, APPROXIMATE  
SUBGROUPS AND  
A MODEL-THEORETIC  
GALOIS GROUP**

**Ehud Hrushovski**

(Oxford University)

čtvrtek 5. ledna 2023  
14:00 hodin  
aula (refektář), 1. poschodí  
Malostranské nám. 25  
118 00 Praha 1

Katedra aplikované matematiky MFF UK  
Informatický ústav Univerzity Karlovy  
Institut teoretické informatiky (ITI)

Přednáška prof. E. Hrushovskiho je 121. Matematickým kolokviem. Kvůli pandemii Covid-19 se některá již domluvená kolokvia nemohla uskutečnit, uskutečňujeme a doplňujeme je nyní. Zatím se ještě nekonalo kolokvium 115. Při této příležitosti stručně nastíníme poslání a historii těchto přednášek. První kolokvium se konalo v roce 1987. Základní myšlenkou byla snaha po uskutečnění serie „velkých přednášek“, které by byly určeny co nejširší matematické obci. Při frekvenci zhruba jedné až dvou přednášek za semestr byla přednesena tato kolokvia:

1. L. Lovász	31. V. Strassen	61. D. Foata	91. D. Brydges
2. P. Erdős	32. J. Chayes	62. H. Iwaniec	92. P. van Emde Boas
3. R. Tijdeman	33. B. Banaschewski	63. B. Reed	93. H. Helfgott
4. A. Ambrosetti	34. L. H. Kauffman	64. A. Louveau	94. E. Candès
5. F. Hirzebruch	35. G. Pisier	65. V. Bergelson	95. K. Ono
6. H. Bauer	36. A. Pelczyński	66. J. Friedlander	96. M. Vardi
7. V. Chvátal	37. C. Berge	67. A. Wigderson	97. B. Weiss
8. B. Korte	38. V. T. Sós	68. V. Rödl	98. C. Pomerance
9. J. Seidel	39. M. Grötschel	69. J. L. Vázquez	99. J. Fox
10. V. G. Kac	40. R. E. Burkard	70. S. Solecki	100. J. Nešetřil
11. G. Choquet	41. H. S. Wilf	71. R. McKenzie	101. A. Jung
12. D. J. A. Welsh	42. M. Waterman	72. A. Odlyzko	102. J.-B. Lasserre
13. J. G. Thompson	43. M. Sharir	73. R. Graham	103. V. Vu
14. H. Fürstenberg	44. E. Specker	74. B. Szegedy	104. B. Zilber
15. S. Cook	45. B. Eckmann	75. M. V. Sapir	105. M. Naor
16. K. Mehlhorn	46. T. A. Slaman	76. B. Sudakov	106. Ch. H. Papadimitriou
17. S. Todorčević	47. X. G. Viennot	77. M. Waldschmidt	107. V. Šverák
18. J. J. Kohn	48. Ch. Praeger	78. V. Guruswami	108. R. J. Auman
19. C. Thomassen	49. K. Ball	79. T. Łuczak	109. M. Thorup
20. A. Borel	50. A. M. Vershik	80. M. L. Balinski	110. U. Feige
21. N. Alon	51. M. Aschbacher	81. G. L. Cherlin	111. M. Szegedy
22. V. Klee	52. M. Emmer	82. B. Bollobás	112. M. Noy
23. J. Spencer	53. E. Friedgut	83. M. Krivelevich	113. Ch. Krattenthaler and E. Viklický
24. J. Lindenstrauss	54. B. Green	84. V. V. Vazirani	114. S. Lando
25. A. Schinzel	55. M. Simonovits	85. R. Williams	115. —
26. P. L. Cameron	56. K. Schmidt	86. M. Aizenman	116. A. Schrijver
27. M. Laczkovich	57. N. Linial	87. G. F. Lawler	117. M. Abért
28. B. Mandelbrot	58. G. Kalai	88. D. Gaboriau	118. Z. Dvořák
29. D. Preiss	59. E. Szemerédi	89. M. Mendès France	119. R. Paturi
30. J. Nekovář	60. M. Fiedler	90. I. Ekeland	120. M. Arbib

Témata přednášek zahrnovala většinu matematických oborů od matematické analýzy a aplikované matematiky přes algebru, až po teoretickou informatiku a diskretní matematiku. Podle mínění mnoha zúčastněných měly některé přednášky mimořádnou úroveň. KAM, ITI a IUUK jsou otevřeny individuálním návrhům na kandidáty pro budoucí kolokvia. Jak vidno z dosavadní historie, základním kritériem je úroveň přednášejícího. (Pozvánky jsou zasilány elektronicky, tištěné pouze institucím. Sdělte prosím svou e-mailovou adresu na [klazar@kam.mff.cuni.cz](mailto:klazar@kam.mff.cuni.cz))

Jaroslav Nešetřil

## Oznámení přednášky

V lednu 2023 navštíví MFF UK

EHUD HRUSHOVSKI

a 5. 1. 2023 ve 14:00 přednese

121. matematické kolokvium

pod názvem

### ELEMENTARY RAMSEY THEORY, APPROXIMATE SUBGROUPS AND A MODEL-THEORETIC GALOIS GROUP

Ehud Hrushovski získal doktorát na Univerzitě v Berkeley v r. 1986 a jeho školitel byl Leo Harrington. Posléze byl zaměstnán na řadě prestižních matematických pracovišť. Například byl řádným profesorem na Hebrejské univerzitě v Jeruzalémě (kde byl též Albert Einstein profesorem), na MIT a na Univerzitě v Yale. Je držitelem Mertonovy profesury matematické logiky na Univerzitě v Oxfordu a členem Merton College v Oxfordu. Hlavním oborem profesora Hrushovského je matematická logika a teorie modelů, kterou studuje v bohatých a silných souvislostech celé matematiky. Ve svém seznamu publikací (který čítá přes 100 položek v předních časopisech, např. několik v *Journal of AMS*, *Annals of Math*, *JEMS*, *TAMS*, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*) vyřešil řadu známých problémů. Snad největší ohlas má jeho důkaz (z roku 1996) domněnky Mordella a Langa. Ihned po tomto výsledku vyšla kniha *Model Theory and Algebraic Geometry: An introduction to E. Hrushovski's proof of the geometric Mordel–Lang conjecture*, LNMS 1696, Springer 1998. Tato domněnka spolu s příbuznými výsledky Mordella, Manina, Faltingse, Mumforda a dalších leží v samém centru diofantické geometrie. Za svou vědeckou činnost Ehud Hrushovski dostal významná ocenění (např. Erdősova cena v Izraeli a nedávno v r. 2022 Shaw prize, spolu s Nogou Alonem). Hrushovski je členem čtyř akademií (American Academy of Arts and Letters, Academia Europaea, Royal Society, Israel Academy). Ehud Hrushovski přednesl řadu významných přednášek včetně zvané přednášky na ICM 1998 v Berlíně. Bez nadsázky je jedním z čelných současných matematiků. Dokladem širě jeho tvůrčí činnosti je pražské kolokvium.

Jaroslav Nešetřil

Ehud Hrushovski

(Oxford University)

Elementary Ramsey theory, approximate subgroups and  
a model-theoretic Galois group

**Abstract.** A structure has the *elementary Ramsey property* if any colouring, restricted to a subset that approximates the full structure to a prescribed degree, becomes definable. The word elementary refers to the fact that it is really a property of the first-order theory, rather than the structure. This slight variation on structural Ramsey theory allows the following theorem: any theory  $T$  has a canonical minimal expansion  $T^{\text{ram}}$  to one with the elementary Ramsey property. It is a soft result in a hard field, but has the virtue of bringing out a hidden automorphism group, namely the automorphism group of  $T^{\text{ram}}$  over  $T$ . In the case of Ramsey's original theorem, the theory is that of a structureless set, the expansion consists of a linear ordering  $<$  (thus an ordering is not merely an artefact of the proof!), and the group is the two-element group exchanging  $<$  and its opposite ordering  $>$ . Evans, Hubička and Nešetřil have previously shown that such a theorem is not possible in a more usual ( $\aleph_0$ -categorical) framework of structural Ramsey theory.

This construction is a special case of a canonical group construction with a long history in model theory, going back to many including Krupinski, Pillay, Lascar, Shelah, Galois. In another setting it provides a locally compact group associated with an approximate subgroup of any group, and leads to a general classification of approximate subgroups. I will define these various notions in the talk and try to explain their relationship.