

PŘÍKLADY NA CVIČENÍ Z MA 2, 1. 12. 2025

Hlavně opakování Riemannova integrálu funkcí jedné (reálné) proměnné.

1. Podle Vaší oblíbené definice Riemannova integrálu vypočítejte $\int_0^1 x \, dx$.
2. S Vaší oblíbenou definicí Riemannova integrálu dokažte, že pro žádnou neomezenou funkci $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ integrál $\int_a^b f$ neexistuje.
3. S Vaší oblíbenou definicí Riemannova integrálu dokažte, že když integrál $I := \int_a^b f$ existuje (a $a \leq b$), pak pro něj platí odhad

$$|I| \leq (b - a) \cdot \sup(\{|f(x)| \mid a \leq x \leq b\}) .$$

4. Už to tady sice jednou bylo, ale: uveďte příklad(y) takových riemannovsky integrovatelných a nezáporných funkcí $f, g: [a, b] \rightarrow [0, +\infty)$, že $\int_a^b f = \int_a^b g$, i když $f \neq g$.
5. Uveďte příklad spojitě a omezeně funkce $f: (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, která není stejnoměrně spojitá.