

Jméno a příjmení, kruh:

Zkouška z Matematické analýzy I, 18. ledna 2007

1. (6 b.) Nalezněte lokální a globální extrémů funkce

$$f(x) = |x + 1|^3 e^{-x}$$

na jejím definičním oboru. Odpovědi zdůvodněte.

2. (6 b.)

- (a) Definujte pojmy: vlastní a nevlastní limita funkce v bodě; spojitost funkce v bodě; spojitost funkce na intervalu.
- (b) Nechť $f, g : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ jsou nějaké dvě funkce. Jsou čtyři případy podle toho, zda tyto funkce jsou nebo nejsou spojité v bodě nula. V každém z těchto případů rozhodněte, jestli je součtová funkce $f + g$ pro každé dvě takové funkce v bodě nula spojitá nebo nespojitá nebo nemusí platit ani jedno. Odpovědi zdůvodněte.

3. (6 b.)

- (a) Definujte pojem přerovnání nekonečné řady a uveďte (bez důkazů) hlavní výsledky o přerovnání řad.
- (b) Popište všechna konvergentní přerovnání řady

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \dots$$

Odpověď zdůvodněte.

- (c) Rozhodněte, zda existuje řada, která diverguje, ale má konvergentní přerovnání (tj. dá se přerovnat do konvergentní řady). Odpověď zdůvodněte.
4. (6 b.) Zformulujte a dokažte větu o jednoznačnosti Taylorova polynomu funkce.