9. cvičení z ADS2 28. 11. 2024

Příklad 1.
Spočítejte Fourierovu transformaci na následujících vektorech:

- $(x, \ldots, x)$
- $(1, -1, 1, -1, \ldots, 1, -1)$
- $(1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)$
- $(\omega^0, \omega^1, \omega^2, \ldots, \omega^{n-1})$
- $(\omega^0, \omega^2, \omega^4, \ldots, \omega^{2n-2})$

Příklad 2.
Mějme vektor y, který vznikl rotací vektoru x o k pozic, tedy $y_j = x_{(j+k) \bmod n}$ Jak spolu souvisí Fourierovy obrazy x a y?

Příklad 3.
O jakých vlastnostech vektoru vypovídá nultý a $(n/2)$-tý koeficient jeho Fourierova obrazu?

Příklad 4.
Jak vypadá Fourierův obraz jednotkového vektoru e_i, tedy vektoru, který má jedničku na pozici i a jinde 0?

Příklad 5.
Pro každé i najděte vektor, jehož Fourierovým obrazem je e_i. Jak z toho sestrojit inverzní Fourierův obraz?

Příklad 6.
Co jsme ztratili omezením na rozhodovací problémy? Dokažte pro libovolný problém z přednášky, že pokud bychom ho dokázali v polynomiálním čase vyřešit, uměli bychom polynomiálně řešit i „zjišťovací“ verzi (najít konkrétní párování, splňující ohodnocení, kliku apod.).

Definice.
Vrcholové pokrytí grafu je množina vrcholů, která obsahuje alespoň jeden vrchol z každé hrany.

Příklad 7.
Ukažte vzájemné převody mezi následujícími problémy (k není nutně stejné):

1. Existuje nezávislá množina velikosti k?
2. Existuje klika velikosti k?
3. Existuje vrcholové pokrytí velikosti nejvýše k?

Příklad 8.
Vyřešte SAT pro formule v DNF (klauzule jsou spojené $\vee$, literály v klauzuli $\wedge$) v polynomiálním čase.