6. CVIČENÍ Z ADS2 7. 11. 2024

Příklad 1.

Navrhněte implementaci Goldbergova algoritmu se zvedáním nejvyššího vrcholu s přebytkem. Počet nenasycených převedení v takovém případě je $\mathcal{O}(n^2\sqrt{m})$ (důkaz lze najít v Průvodci). Naším cílem je implementace o stejné složitosti.

Příklad 2.

Rozeberte chování Goldbergova algoritmu na sítích s jednotkovými kapacitami. Bude rychlejší než ostatní algoritmy? Nebo alespoň stejně rychlý?

Příklad 3.

Co by se stalo, kdybychom v inicializaci Golbergova algoritmu umístili zdroj do výšky $n-1$, $n-2$, nebo dokonce $n-3$? Rozmyslete si, která vlastnost (skončí, vydá maximální tok, ...) na výšce zdroje závisí a mohla by se tím pokazit.

Příklad 4.

Množinu vrcholů takovou, že každá hrana sousedí alespoň s jedním vrcholem z množiny, nazvěme *vrcholové pokrytí*. Navrhněte algoritmus pro nalezení nejmenšího vrcholového pokrytí v bipartitním grafu. Z toho odvoďte vztah pro velikosti nejmenšího vrcholového pokrytí a největšího párování v bipartitních grafech.

Příklad 5.

Ve městě stavíme obchodní dům a potřebujeme k němu po silniční síti města přivést (a po stavbě odvést) těžkou techniku o v vozidlech. Jenže některé silnice jsou ve špatném stavu – místní inženýři nám pro každou takovou silnici r sdělili, že pokud jí projede k_r vozidel, přestane být pojízdná. Dokážeme tento úkon provést, aniž bychom způsobili, že libovolná silnice přestane být pojízdná?

***Příklad 6.**

Je dána šachovnice $k \times k$, kde některá políčka jsou nepřístupná. Celý dolní řádek je obsazen figurkami, které se mohou hýbat o jedno pole dopředu, šikmo vlevo dopředu, či šikmo vpravo dopředu. V jednom tahu se všechny figurky naráz pohnou (mohou i zůstat stát na místě), na jednom políčku se však musí vyskytovat nejvýše jedna figurka. Ocitneli se figurka na některém políčku horního řádku šachovnice, zmizí. Navrhněte algoritmus, který najde minimální počet tahů takový, že z šachovnice dokážeme odstranit všechny figurky, případně oznámí, že řešení neexistuje.

Můžete nejprve určit horní odhad počtu tahů.