4. CVIČENÍ Z ADS1 12. 3. 2025

Příklad 1.

Naimplementujte algoritmus pro nalezení topologického uspořádání používající techniku odtrhávání zdrojů nebo stoků tak, aby běžel v čase $\mathcal{O}(n+m)$.

Příklad 2.

Mějme acyklický orientovaný graf. Co pro něj musí platit, aby obsahoval právě jedno topologické uspořádání?

Příklad 3.

Pro každé n nalezněte graf s ohodnocenými hranami a n vrcholy, jenž obsahuje dva vrcholy a, b takové, že mezi nimi existuje $2^{\Omega(n)}$ nejkratších cest.

Příklad 4.

Uvažme DAG G s hranami, které jsou ohodnocené nezápornými čísly. Najděte algoritmus běžící v čase $\mathcal{O}(n+m)$, který najde nejkratší cestu mezi dvěma vrcholy u, v.

Půjde tento algoritmus upravit, aby naopak hledal cestu nejdelší?

Příklad 5.

Předchozí příklad bral nejkratší cesty přes délky hran. Co kdybychom místo toho uvažovali „váhy“ vrcholů? Ukažte, že jde graf s váhami vrcholů převést na graf s délkami hran.

Příklad 6.

Řekněme, že orientovaný graf je *polosouvislý*, jestliže pro každou dvojici vrcholů u, v existuje cesta z u do v nebo z v do u.

Navrhněte algoritmus, který rozhodne, zda je orientovaný graf polosouvislý.

Příklad 7.

Struktura vedení v mafii je velmi chaotická. Každý mafián má své přímé podřízené úplně nezávisle na ostatních. Nikdo v tom nemůže najít žádnou pravidelnost, ba dokonce v tom chaosu se mohou schovávat cykly! Pokud chce mafián zadat rozkaz někomu, kdo není jeho přímý podřízený, deleguje jej svým podřízeným.

Ne všichni jsou ale schopní poslat rozkaz jen tak komukoliv. Nikdo v mafii vlastně ani neví, kdo je Don, tedy mafián, který umí vydat rozkaz komukoliv. To znamená, že existuje posloupnost podřízených tak, že se příkaz postupně od Dona deleguje až k libovolnému jinému mafiánovi. Možná je i Donů více. Najdete je?

Příklad 8.

V orientovaném grafu jsou některé vrcholy označeny jako speciální. Jak můžeme zjistit, že existuje orientovaný cyklus, který obsahuje alespoň jeden speciální vrchol?