

# 1. DOMÁCÍ ÚKOL Z DISKRÉTNÍ MATEMATIKY Termín: 14. 10. 2022

**Úkol 1.** (1 bod)

Mějme tabulku čokolády velikosti  $m \times n$  dílků. Kolik nejvíce budeme muset udělat rozdělení části čokolády, než se dostaneme k jednotlivým dílkům? Kolik nejméně? Vždy můžeme rozdělit jen jeden souvislý díl, a to po celé jeho délce vodorovně nebo svisle.

*Pokud chcete dokázat, že kousků čokolády nejde udělat méně, musíte to ukázat pro každý možný způsob. Ukázat to pro jeden konkrétní způsob nestačí.*

**Úkol 2.** (1 bod)

Dokažte pro  $n \geq 2$ :

$$\prod_{i=2}^n \frac{i-1}{i} = \frac{1}{n}$$

**Úkol 3.** (2 body)

Dokažte, že máte-li k dispozici mince o hodnotě 2 a 5 korun, dokážete jimi zaplatit libovolnou částku  $k$  korun pro  $k > 3$ .

**Úkol 4.** (2 body)

Dokažte pro  $n > 0$ :

$$\sum_{i=1}^n F_i = F_{n+2} - 1$$

**Úkol 5.** (3 body)

Dokažte, že pro každé  $n > 0$  lze tabulku o  $2^n \times 2^n$  políčkách, ve které jedno políčko chybí, vydláždit kostkami tvaru písmene **L**.