# 3. CVIČENÍ Z ADS1 — 28. 2. 2023

**Definice.** Vrchol $v \in V(g)$ je *artikulace*, jestliže $G - v$ má více komponent než $G$.

**Příklad 1.**

Víme, že DFS je rekurzivní, tudíž využívá zásobník na ukládání vrcholů. BFS naopak na ukládání vrcholů využívá frontu. Nabízelo by se tedy zkusit DFS naimplementovat tak, že vezmeme implementaci BFS, ve které nahradíme frontu zásobníkem.

Jaké vlastnosti bude mít tento algoritmus? Umí najít nejkratší cestu? Umí zjistit, zda je v grafu cyklus? Umí určit, které hrany grafu jsou mosty?

**Příklad 2.**

Naimplementujte DFS bez použití rekurze tak, aby uměl klasifikovat hrany. Pokud lze využít implementaci z předchozího příkladu, odůvodněte proč.

**Příklad 3.**

Dokažte, že nachází-li se v souvislém grafu na alespoň třech vrcholech most, pak v něm taky najdeme artikulaci. Ukažte, že opačná implikace neplatí.

**Příklad 4.**

Ve škole se nachází počítačová síť tvořící graf. Vrcholy jsou přirozeně počítače a hrany značí dvojice počítačů, které mohou komunikovat přímo.

Dozvěděli jsme se, že zítra přijdou údržbáři a se sítí provedou nějaké údržbové práce.

K tomu ale potřebují, aby všechny počítače byly vypnuté. V libovolném čase však chceme, aby byly libovolné dva zapnuté počítače mohly navzájem komunikovat. Musíme proto počítače vypínat v takovém pořadí, abychom možnost komunikace zbylých počítačů nikdy nepřerušili. Navrhněte algoritmus, který toto pořadí najde.

**Příklad 5.**

Jaké vlastnosti musí pro $v \in V(G)$ platit, aby $v$ byla artikulace? Zkuste využít klasifikaci hran. Pomocí této vlastnosti pak navrhněte algoritmus, který artikulace najde.

**Příklad 6.**

Struktura vedení v mafii je velmi chaotická. Každý mafián má své přímé podřízené úplně nezávisle na ostatních. Nikdo v tom nemůže najít žádnou pravidelnost, ba dokonce v tom chaosu se mohou schovávat cykly! Pokud chce mafián zadat rozkaz někomu, kdo není jeho přímý podřízený, deleguje jej svým podřízeným.

Ne všichni jsou ale schopní poslat rozkaz jen tak komukoliv. Nikdo v mafii vlastně ani neví, kdo je Don, tedy mafián, který umí vydat rozkaz komukoliv. Možná je i Donů více. Najdete je?

**Příklad 7.**

Uvažme relaci $\sim$ na vrcholech grafu takovou, že $u \sim v$ právě když leží na společném cyklu. Dokažte, že $\sim$ je ekvivalence a popište algoritmus, který najde její třídy ekvivalence.