

## 5. DOMÁCÍ ÚKOL Z DISKRÉTNÍ MATEMATIKY Termín: 15. 11. 2021

**Úkol 1.** (1 bod)

V jedné skupině 25 koček jsme si všimli, že se mezi nimi vyskytuje šest různých barev srsti (mourovatá, bílá, černá, zrzavá, flekatá a siamská) a čtyři různé barvy očí. Dokažte, že alespoň dvě kočky sdílejí barvu srsti i očí.

**Úkol 2.** (2 body)

Kolika způsoby lze na šachovnici  $n \times n$  rozmístit  $k \leq n$  věží tak, aby se žádné dvě neohrožovaly?

**Úkol 3.** (2 body)

U  $2n$ -místného kulatého stolu se sešlo  $n$  trpaslíků a  $n$  trpaslic. Kolik je možností, jak se mohou usadit tak, aby se pravidelně střídali trpaslíci a trpaslice?

Jednotlivá místa u stolu jsou nerozeznatelná, tudíž jsou dva zasedací pořádky lišící se jen otočením stolu považovány za stejné.

**Úkol 4.** (2 body)

Spočítejte, kolika způsoby můžeme zvolit  $k$  množin  $A_1 \subseteq A_2 \subseteq \dots \subseteq A_k = [n]$ .

**\*Úkol 5.** (1 bonusový bod)

Určete jak se změní počet způsobů, kdyby byly podmnožiny byly ostré, tedy  $A_i \subset A_j$  pro každé  $i < j$ . Stačí, když tento počet vyjádříte jako počet něčeho jiného.