2. CVIČENÍ Z DISKRÉTNÍ MATEMATIKY 11. 10. 2021

Příklad 1.
Určete maximální počet různých množin, které lze získat ze dvou množin A, B operacemi $\cap$, $\cup$, $\setminus$.

Příklad 2.
Jak vypadá relace $R \circ R$, je-li R definovaná jako:

a) relace $=$ na $\mathbb{N}$
b) relace $\leq$ na $\mathbb{N}$
c) relace $<$ na $\mathbb{N}$
d) relace $<$ na $\mathbb{R}$

Příklad 3.
Najděte relace R, S na libovolné množině X takové, že $R \circ S \neq S \circ R$.

Příklad 4.
Dokažte, že funkce na konečné množiné je prostá právě, když je na. Platí to i pro nekonečnou množinu?

Definice. Relace R na X je:

- *reflexivní*, jestliže $\forall x \in X : x\ R\ x$.
- *symetrická*, jestliže $\forall x, y \in X : x\ R\ y \Rightarrow y\ R\ x$.
- *antisymetrická*, jestliže $\forall x, y \in X : x\ R\ y \wedge y\ R\ x \rightarrow x = y$.
- *tranzitivní*, jestliže $\forall x, y, z \in X : x\ R\ y \wedge y\ R\ z \rightarrow x\ R\ z$.

Příklad 5.
Určete, kolik je na n-prvkové množině relací:

a) reflexivních
b) symetrických
c) antisymetrických

Příklad 6.
Na množině $\{1, 2, 3, 4\}$ najděte relaci, která je symetrická i antisymetrická.

Příklad 7.
Na množině $\{1, 2, 3, 4\}$ najděte relaci, která není ani symetrická, ani antisymetrická.

Příklad 8.
Nechť X je konečná množina a R, S relace na této množině. Rozhodněte, zda pro $V \in \{\text{reflexivní}, \text{symetrická}, \text{antisymetrická}, \text{tranzitivní}\}$ a pro $\odot \in \{\cap, \cup, \setminus, \Delta, \circ\}$ platí tvrzení: „Jestliže má R i S vlastnost V, pak i $R \odot S$ má vlastnost V."