

Definice. Vrchol $v \in V(G)$ je *artikulace*, jestliže $G - v$ má více komponent než G .

Příklad 1.

Jaké vlastnosti musí pro $v \in V(G)$ platit, aby v byla artikulace? Zkuste využít klasifikaci hran. Pomocí této vlastnosti pak upravte DFS tak, aby umělo hledat artikulace G .

Příklad 2.

Ve škole se nachází počítačová síť tvořící graf. Vrcholy jsou přirozeně počítače a hrany značí dvojice počítačů, které mohou komunikovat přímo.

Dozvěděli jsme se, že zítra přijdou údržbáři a se sítí provedou nějaké údržbové práce. K tomu ale potřebují, aby všechny počítače byly vypnuté.

V libovolném čase však chceme, aby byly libovolné dva zapnuté počítače mohly navzájem komunikovat. Musíme proto počítače vypínat v takovém pořadí, abychom možnost komunikace zbylých počítačů nikdy nepřerušili. Navrhněte algoritmus, který toto pořadí najde.

Příklad 3.

Dokažte, že následující postup najde topologické uspořádání v DAGu nebo zjistí, že graf obsahuje orientovaný cyklus:

Zvolíme libovolný vrchol, do kterého nevede žádná hrana. Pak tento vrchol přidáme do topologického uspořádání na konec a odstraníme jej z grafu. Pokud odstraníme všechny vrcholy, vydáme uspořádání. Jinak prohlásíme, že nejde o DAG.

Příklad 4.

Naimplementujte algoritmus pro nalezení topologického uspořádání používající techniku odtrhávání zdrojů tak, aby běžel v čase $\mathcal{O}(n + m)$.

Příklad 5.

Uvažme DAG G s hranami, které jsou ohodnocené nezápornými čísly. Najděte algoritmus běžící v čase $\mathcal{O}(n + m)$, který najde nejkratší cestu mezi dvěma vrcholy u, v .

Půjde tento algoritmus upravit, aby naopak hledal cestu nejdelší?

Příklad 6.

Struktura vedení v mafii je velmi chaotická. Každý mafián má své přímé podřízené úplně nezávisle na ostatních. Nikdo v tom nemůže najít žádnou pravidelnost, ba dokonce v tom chaosu se mohou schovávat cykly! Pokud chce mafián zadat rozkaz někomu, kdo není jeho přímý podřízený, deleguje jej svým podřízeným.

Ne všichni jsou ale schopní poslat rozkaz jen tak komukoliv. Nikdo v mafii vlastně ani neví, kdo je Don, tedy mafián, který umí vydat rozkaz komukoliv. Možná je i Donů více. Najdete je?