

### 3. DOMÁCÍ ÚKOL Z DISKRÉTNÍ MATEMATIKY Termín: 2. 11. 2020

**Úkol 1.** (2 body)

Nalezněte všechna částečná uspořádání na tříprvkové množině. Ukažte (klidně i neformálně), že jsou všechna.

**Úkol 2.** (2 body)

Mějme částečné uspořádání  $\preceq$  a lineární uspořádání  $\leq$ . Pak relace  $\preceq$ , kde  $a \preceq b$  právě když  $a \preceq b$  nebo  $a \not\preceq b \wedge a \leq b$  je nutně také lineární uspořádání. Vyvráťte toto tvrzení.

**Úkol 3.** (3 body)

Mějme množinu  $[n]^2$  uspořádanou tak, že  $(a, b) \preceq (c, d)$  právě, když  $a \leq c \wedge b \leq d$ . Najděte v tomto uspořádání nějaký nejdelší řetězec a nejdelší antiřetězec. Zdůvodněte, proč je nejdelší.

*Nápověda: Všimněte si, že když máme antiřetězec, tak každý prvek z něj musí patřit do jiného řetězce, tedy počet různých řetězců pokrývajících celou množinu nám dává limitu na délku antiřetězce. To samé platí i pro délku řetězce a počet antiřetězců.*

**Úkol 4.** (3 body)

Uvažujte množinu  $[n]$  s relací  $\setminus$ . Kolik prvků má nejdelší řetězec a antiřetězec?

**\*Úkol 5.** (1 bonusový bod)

Najděte na množině  $\mathbb{N}$  alespoň dvě neizomorfní lineární uspořádání.