

Příklad 1.

Na přednášce jsme ukázali, že (a, b) -stromy mají dobrou složitost operací pro pevné a, b . Odhalte, jak závisí složitost operací s (a, b) -stromy na parametrech a a b . Z toho odvoďte, že se nikdy nevyplatí volit b výrazně větší než $2a$.

Příklad 2.

Ukažte, že pokud budeme do prázdného (a, b) -stromu postupně vkládat klíče $1, \dots, n$, provedeme celkem $\Theta(n)$ operací. K tomu si potřebujeme pamatovat, ve kterém vrcholu skončil předchozí vložený klíč, abychom nemuseli pokaždé hledat znovu od kořene.

Příklad 3.

Navrhněte operaci $\text{JOIN}(X, Y)$, která dostane dva (a, b) -stromy X a Y a sloučí je do jednoho. Máte zaručeno, že všechny klíče z X jsou menší než všechny z Y . Zkuste dosáhnout složitosti $\mathcal{O}(\log |X| + \log |Y|)$.

Příklad 4.

Spočítejte přesně, jaká může být maximální hloubka LLRB stromu s n klíči.

Příklad 5.

Zamyslete se nad tím, zda je u červeno-černých stromů potřeba podmínka, že jestliže z vrcholu dolů vede jedna červená hrana, pak vede doleva. Které vlastnosti zůstanou stejné? Které se změní?

Příklad 6.

Na vstupu postupně přicházejí čísla, Kdykoliv přijde další, vypište medián z posledních k čísel. Dosáhněte časové složitosti $\mathcal{O}(\log k)$ na operaci.

Příklad 7.

Uvažme variantu vkládání do LLRB stromu, která vrcholy začíná přebarvovat až od spoda nahoru. Ukažte, že pak nemůže vzniknout 4-vrchol, a tedy takové stromy jsou ekvivalentní $(2,3)$ -stromům.