

Příklad 1 (Goldberg a výšky) *Co by se stalo, kdybychom v inicializaci Goldbergova algoritmu nastavili výšku zdroje na $n - 1$, $n - 2$, anebo dokonce $n - 3$? Rozmyslete si, která vlastnost (skončí, vydá vždy maximální tok, ...) na výšce závisí a tedy, která by se mohla pokazit.*

Příklad 2 (Goldberg a jednotkové sítě) *Ukažte, že Goldbergův algoritmus na jednotkových sítích provede maximálně $O(mn)$ převedení (jak nasycených, tak nenasyčených).*

Příklad 3 (Implementace Goldberga) *Udržujeme si seznam S vrcholů s kladným přebytkem. Pro každý vrchol v si udržujeme seznam $L(v)$ nenasyčených hran z v v se spádem ≥ 1 . Ukažte, že taková implementace nezhorší časovou složitost $O(n^2m)$ Goldbergova algoritmu.*

Uvažte pravidlo, že vždy zpracováváme nejvyšší vrchol s kladným přebytkem. Vymyslete datovou strukturu, kterou můžeme použít místo S , abychom vždy našli takový vrchol v čase $O(1)$.

Příklad 4 (Míra hranové souvislosti) *Hranová souvislost (neorientovaného) grafu je minimální počet hran, které musíme odebrat, aby se stal nesouvislým. Najděte algoritmus na zjištění hranové souvislosti pomocí toků v sítích, přičemž se snažte použít pouze $O(n)$ sítí s $O(m)$ hranami. Hodí se využít, že jde o nejmenší počet hran v nějakém řezu.*

Příklad 5 (Míra vrcholové souvislosti) *Vrcholová souvislost (neorientovaného) grafu je minimální počet vrcholů, které musíme odebrat, aby se stal nesouvislým. Najděte algoritmus na zjištění vrcholové souvislosti pomocí toků v sítích. Tentokrát můžete použít $O(n^2)$ sítí.*

Příklad 6 (Vertex cycle cover (bonus)) *Viděli jsme polynomiální algoritmus pro hledání maximálního párování v bipartitních grafech. Ve skutečnosti existuje polynomiální algoritmus i pro obecné grafy ¹. Ukažte, jak byste s jeho pomocí zkonstruovali polynomiální algoritmus řešící následující problém:*

Pro daný graf G rozhodněte, zda existuje množina cyklů $\{C_1, C_2, \dots, C_k\}$ takových, že každý vrchol grafu G náleží právě do jednoho.

¹Edmondsův „kytičkový“ algoritmus. Zájemce odkazují na Kombinatoriku a grafy 2. To je mimochodem předmět se spoustou dalších vtipně nazvaných algoritmů a definic.