

Úlohy ke cvičení

Úloha 1: Existuje bipartitní graf s aspoň 5 vrcholy, jehož doplněk je také bipartitní?

Úloha 2: Dokažte, že dva grafy jsou izomorfní právě tehdy, když jsou izomorfní jejich doplňky.

Úloha 3: Uvažte množinu vrcholů $\{1, 2, \dots, n\}$ a určete, kolik je na této množině různých (ale vzájemně izomorfních):

- úplných grafů K_n ,
- cest P_n ,
- cyklů C_n ,
- úplných bipartitních grafů $K_{k, n-k}$ v závislosti na k ,
- disjunktních sjednocení dvou úplných grafů $K_k \cup K_{n-k}$ v závislosti na k ,
- grafů, v nichž každý vrchol má stupeň 1.

Úloha 4: Pro každá dvě přirozená čísla k, n taková, že $k < n$ a $2|kn$, najděte příklad k -regulárního grafu na n vrcholech.

Úloha 5: Dokažte, že pokud v konečném stromu existuje vrchol stupně k , tak potom strom má alespoň k listů.

Úloha 6: V šachovnici $m \times m$ je $2m$ políček obarveno modře. Na jedno z políček umístíme věž. Věží budeme pohybovat z modrého políčka opět na modré políčko, přičemž se budeme chtít pohybovat střídavě vodorovně a svisle. Dokažte, že je možné věž umístit tak, že když s ní budeme vhodně pohybovat, nikdy nepřestaneme mít možnost udělat další tah.