

## Úlohy ke cvičení — 1. týden

*Úloha 1:* Na šachovnici  $2^n \times 2^n$  jedno náhodně vybrané políčko chybí. Ukažte, že zbylou plochu lze vydláždít dlaždicemi, která mají tvar „L“ a přitom zabírají tři políčka.

*Úloha 2:* Uvažte tabulku čokolády o  $m \times n$  dílcích. Určete, kolikrát budete muset nějakou část čokolády rozlomit na dvě menší části než dostanete  $mn$  jednotlivých dílků.

Závisí výsledný počet lámání na zvoleném postupu?

*Úloha 3:* Dokažte matematickou indukcí:

a)  $\sum_{i=1}^n i = \frac{1}{2}(n^2 + n).$

b)  $\sum_{i=1}^n 2i - 1 = n^2.$

c)  $\sum_{i=1}^n 4i + 5 = 2n^2 + 7n.$

d)  $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{1}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{6}n.$

e)  $\prod_{i=2}^n \frac{i-1}{i} = \frac{1}{n}.$