Třetí cvičení ADS 1

Příklad 1: (Rozbité auto) Uvažme ulice na Manhattonu mimo Broadway – jednotlivé ulice vždy vedou vodorovně s osou X nebo Y a propojují některé body s celočíselnými souřadnicemi. Máme porouchané auto, které umí jezdit jen dopředu a zatáčet vpravo (v každém bodě se smí pootočit maximálně o 90 stupňů). Jak najdeme nejrychlejší cestu do servisu?

Příklad 2: (Nejkratší cesty) Je dán neorientovaný graf a dva jeho vrcholy. Spočítejte, kolik mezi nimi vede nejkratších cest.

Příklad 3 (2 souvislot): Definujme relaci $\sim$ na vrcholech tak, že $x \sim y$ právě tehdy, leží-li x a y na nějaké společné kružnici. Dokažte, že tato relace je ekvivalence. Jejím ekvivalenčním třídám se říká komponenty hranové 2-souvislosti, jednotlivé třídy jsou navzájem pospojovány mosty. Upravte algoritmus na hledání mostů, aby graf rozložil na tyto komponenty.

Příklad 4 (Hledání barev): Za barvy budeme považovat trojice hodnot $B = (r, g, b)$, kde každá z hodnot r, g a b je v rozsahu od 0 do 255. Navrhněte efektivní algoritmus, který pro danou paletu barev (tedy seznam barev $B_1, B_2, \ldots, B_n$) vypočte pole P o rozměrech $256 \times 256 \times 256$, kde $P[r][g][b]$ vydá číslo barvy v paletě, která je nejbližší barvě (r, g, b). Vzdáleností barev (r, g, b) a (r', g', b') považujeme číslo $|r - r'| + |g - g'| + |b - b'|$.

Příklad 5 (Thesus a Minotaur): Hrdina Théseus se vypravil do hlubin labyrintu a snaží se najít poklad. Chodbami labyrintu se ovšem pohybuje hladový Mínótauros a snaží se najít Thésea. Labyrint má tvar čtvercové sítě, jejíž každé políčko je buďto volné prostranství, anebo zeď. Známe mapu labyrintu a počáteční polohy Thésea, Mínó- taura a pokladu. Théseus se v jednom tahu pohne na vybrané sousední políčko. Poté se vždy dvakrát pohne o políčko Mínótauros: pokaždé se pokusí zmenšit o 1 rozdíl své a Théseovy x-ové souřadnice, pokud to nejde, pak y-ové, pokud nejde ani to, stojí. Poraďte Théseovi, jak má dojít k pokladu a vyhnout se Mínótaurovi.

Příklad 6 (Nejdelší nejkratší cesta): Mějme graf ohodnocený kladnými čísly s počátečním a koncovým vrcholem. Najděte co nejrychleji tu z nejkratších cest mezi těmito vrcholy, která obsahuje největší možný počet hran.

Příklad 7 (Díra v podmatici): Mějme matici velikost $n \times m$. Díra v matici je souvislá podmatice samých nul. Jak co nejrychleji najít tu největší díru v zadané matici?