

Diskrétní matematika

Cvičení #5 – Kombinační čísla atd.

Příklady

1. Dokažte:

$$(a) \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k}$$

$$(b) \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$$

$$(c) \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$$

$$(d) \binom{n}{m} \binom{m}{r} = \binom{n}{r} \binom{n-r}{m-r}$$

$$(e) \sum_{k=0}^r \binom{n}{k} \binom{m}{r-k} = \binom{m+n}{r}$$

$$(f) \sum_{k=r}^n \binom{k}{r} = \binom{n+1}{r+1}$$

2. V závislosti na přirozeném n určete počet:

(a) uspořádaných dvojic (A, B) , kde $A \subseteq B \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$,

(b) uspořádaných čtveřic (A, B, C, D) , kde $A \subseteq B \subseteq D \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$ a také $A \subseteq C \subseteq D$.

3. Spočítejte, kolika způsoby lze rozestavit černého a bílého krále na šachovnici 8×8 tak, aby se navzájem neohrožovali? (Tj. nestáli na sousedních políčkách.)

4. Kolik existuje pořadí písmen A, B, D, E, I, K, M, N, R, Ů, Z takových, že po vynechání některých písmen nevznikne ani jedno ze slov BAR, DEN a RAZIE?