

## Úlohy ke cvičení

*Úloha 1:* Dokažte, pro  $n$ -prvkovou množinu se počet jejích podmnožin sudé velikosti rovná počtu podmnožin liché velikosti.

*Úloha 2:* Dokažte matematickou indukcí:

a)  $\sum_{i=1}^n i = \frac{1}{2}(n^2 + n).$

b)  $\sum_{i=1}^n 2i - 1 = n^2.$

c)  $\sum_{i=1}^n 4i + 5 = 2n^2 + 7n.$

d)  $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{1}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{6}n.$

e)  $\prod_{i=2}^n \frac{i-1}{i} = \frac{1}{n}.$

*Úloha 3:* Kolik je na  $n$ -prvkové množině  $X$  relací? Kolik z nich je reflexivních? Kolik symetrických? Kolik relací je zároveň reflexivních i symetrických?

*Úloha 4:* Matematickou indukcí dokažte, že pro konečné množiny  $X$  a  $Y$  platí:

a) Existuje-li prosté zobrazení z  $X$  do množiny  $Y$ , potom  $|X| \leq |Y|$ .

b) Existuje-li zobrazení množiny  $X$  na  $Y$ , potom  $|X| \geq |Y|$ .

*Úloha 5:* Určete maximální možný počet různých množin, které lze získat pomocí operací průniku a sjednocení.

a) ze tří počátečních množin.

b) ze dvou počátečních množin.

*Úloha 6:* Kolik existuje ekvivalencí na čtyřprvkové množině? Kolik na  $n$ -prvkové?

*Úloha 7:* Dokažte, že relace  $R$  na množině  $X$  je tranzitivní právě tehdy, když  $R \circ R \subseteq R$ .