

## Třetí série domácích úkolů z Kombinatoriky a grafů II

**Jméno:**

**Nick:**

**Příklad 1, 3 body:** Mějme “šachovnici” se třemi řádky a třemi sloupci. Spočítejte, kolik existuje neizomorfních způsobů, jak obarvit devět políček této šachovnice pomocí  $n$  barev. Dvě obarvení jsou izomorfní, pokud lze jedno převést na druhé pomocí rotace nebo vodorovného, svislého či diagonálního překlopení. Neklademe žádná omezení na možné barvy políček, tj. například sousední políčka mohou být obarvena stejnou barvou.

**Příklad 2, 3 body:** Označme  $a_{n,k}$  počet způsobů, jak lze číslo  $n$  vyjádřit jako součet  $k$  lichých kladných čísel. Dva součty pokládáme za různé i tehdy, když se liší jen pořadím sčítanců. Například  $a_{7,3} = 6$ , protože číslo 7 můžeme vyjádřit jako  $5 + 1 + 1$ ,  $1 + 5 + 1$ ,  $1 + 1 + 5$ ,  $3 + 3 + 1$ ,  $3 + 1 + 3$  a  $1 + 3 + 3$ . Najděte vzoreček v uzavřeném tvaru (tj. bez použití nekonečných sum) pro mocninnou řadu  $A(x, y) = \sum_{n \geq 0} \sum_{k \geq 0} a_{n,k} x^n y^k$ .

Vyřešené příklady odevzdávejte buď e-mailem se subjektem obsahujícím **KG-II** na adresu [hubicka@kam.mff.cuni.cz](mailto:hubicka@kam.mff.cuni.cz) nebo na papíře na některém cvičení. Řešení odevzdejte nejpozději v pátek 11. ledna.