

Třetí série domácích úkolů z Kombinatoriky a grafů II

Jméno:

Nick:

Příklad 1, 3 body: Nechť G je graf, jehož všechny vrcholy mají stupeň 3, až na jeden vrchol stupně 2. Dokažte, že $\chi_e(G) = 4$.

Příklad 2, 2 body: Nechť G je chordální graf. Popište polynomiální algoritmus, který v grafu G najde největší nezávislou množinu. Smíte předpokládat, že součástí vstupu pro váš algoritmus je i PES grafu G . Nezapomeňte zdůvodnit, že váš algoritmus je korektní.

Příklad 3, 3 body: Nechť $G = (V_G, E_G)$ a $H = (V_H, E_H)$ jsou dva perfektní grafy s disjunktími množinami vrcholů, a necht' v je nějaký vrchol G . Vytvoříme nový graf $F = (V_F, E_F)$ tak, že vrchol v nafoukneme do kopie grafu H , tj. vrchol v nahradíme grafem H a každý soused vrcholu v dostane v F za sousedy všechny vrcholy grafu H . Formálně:

$$1. V_F = (V_G \cup V_H) \setminus \{v\},$$

$$2. E_F = \{e \in E_G : v \notin e\} \cup E_H \cup \left\{ \{x, y\} \in \binom{V_F}{2} : \{x, v\} \in E_G, y \in V_H \right\}.$$

Dokažte, že F je perfektní.

Příklad 4: Nechť $T_G(x, y)$ je Tutteův polynom nějakého neznámého multigrafu G s alespoň jedním vrcholem. Popište, jak lze z polynomu $T_G(x, y)$ získat následující informace:

- počet hran G (1 bod).
- vrcholová barevnost G (1 bod).
- počet smyček v G (2 body).

Vyřešené příklady odevzdávejte buď e-mailem se subjektem obsahujícím **KG-II** na adresu hubicka@kam.mff.cuni.cz nebo na papíře na některém cvičení. Řešení odevzdejte nejpozději v pátek 4. ledna.