

Příklad 1.

Najděte následující zobrazení:

- Bijekce mezi $\mathbb{N}$ a $\mathbb{Z}$.
- Bijekce mezi $\mathbb{N}$ a $\mathbb{N}^2$.
- Prosté zobrazení z $\mathbb{Q}^+$ do $\mathbb{N}$ (nebo také bijekce).

Příklad 2.

Rozhodněte, zda-li následující relace jsou ekvivalencemi. Pokud ano, určete jejich ekvivalenční třídy:

- $X_1 = \mathbb{N}, xR_1y \Leftrightarrow p|(x - y)$ pro $p \in \mathbb{N}, p \geq 2$
- $X_2 = \mathbb{Z} \setminus \{0\}, xR_2y \Leftrightarrow x \mid y \wedge y \mid x$
- $X_3 = \mathbb{N}, xR_3y \Leftrightarrow \exists z \in \mathbb{N} : z \mid y \wedge z \mid x$. Co se stane, budeme-li vyžadovat $z > 1$?

Příklad 3.

Určete počet různých ekvivalencí na 5 prvcích.

Příklad 4.

Určete počet různých částečných uspořádání na 4 prvcích.

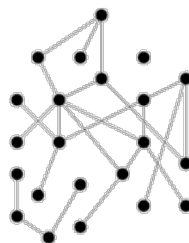
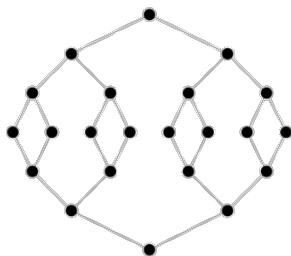
Příklad 5.

Uvažme relaci „ x je dělitelem čísla y “ na množině $[n]$ ($\{1, \dots, n\}$)

- Dokažte, že jde o (částečné) uspořádání
- Má takové uspořádání největší a nejmenší prvek?
- Má takové uspořádání maximální a minimální prvek?

Příklad 6.

Pro částečná uspořádání daná následujícími Hasseovy diagramy určete některý z jejich nejdelších řetězců a antiřetězců. Zdůvodněte, proč neexistují delší:

**Příklad 7.**

Dokažte, že každá neprázdná konečná částečně uspořádaná množina má maximální prvek.