

Příklad 1.

Určete počet relací na 4 prvcích:

- všech
- reflexivních
- symetrických
- (slabě) antisymetrických

Určete tyto počty pro n .

Příklad 2.

Rozhodněte, které z následujících relací jsou reflexivní, symetrické, tranzitivní nebo (slabě) antisymetrické:

- $X = \{a, b, c\}, R = \{(a, a), (a, b), (b, b), (b, a), (c, c)\}$
- $X = \{a, b, c\}, R = \{(a, a), (c, c)\}$
- $(X, R) = (\mathbb{N}, \leq)$
- $X = \{1, 2, \dots, 10\}, R = \{(x, y) : \gcd(x, y) = 1\}$, tedy xRy právě tehdy, když jsou čísla x a y nesoudělná.

Příklad 3.

Nechť R je (slabě) antisymetrická relace na množině X . Ukažte, že každá relace $S \subset R$ je také (slabě) antisymetrická.

Příklad 4.

Nechť R a S jsou reflexivní/tranzitivní/symetrické relace na množině X . Které z následujících relací jsou také reflexivní/tranzitivní/symetrické?

- $R \cup S$
- $R \cap S$
- $R \setminus S$
- $R \triangle S$
- $R \circ S$
- R^{-1}

Příklad 5.

Dokažte, že relace $R \subseteq X \times X$ je tranzitivní právě tehdy, když $R \circ R \subseteq R$.

Příklad 6.

Dokažte, že pro každou relaci $R \subseteq X \times X$, relace T definovaná jako $T = \bigcup_{i=1}^{\infty} R^i$ je (slabě) antisymetrická relace na množině X . Ukažte, že každá relace $S \subset R$ je také (slabě) antisymetrická.