

Definice. Doplněk grafu $G = (V, E)$ je $\overline{G} = (V, \binom{V}{2} \setminus E)$, tedy graf, který má přesně opačné hrany.

Definice. Mějme graf $G = (\{v_1, \dots, v_n\}, E)$. Posloupnost $(\deg(v_1), \dots, \deg(v_n))$ nazveme *skóre* grafu G .

Příklad 1.

Uvažme grafy K_n, P_n, C_n a $K_{m,n}$ z přednášky. Které z nich jsou se kterými izomorfní?

Příklad 2.

Najděte nějaký graf, který je izomorfní svému doplňku. Co musí platit pro jeho počet vrcholů a hran?

Příklad 3.

Najděte dvojici neizomorfních grafů, jež mají stejné skóre:

- libovolnou,
- kde oba grafy jsou souvislé,
- kde oba grafy jsou souvislé a mají co nejmenší počet vrcholů.

Příklad 4.

Rozhodněte, zda existuje graf, jehož skóre je:

- $(2, 2, 2, 2, 2, 2)$
- $(3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3)$
- $(0, 1, 2, 3, \dots, n-1)$

Příklad 5.

Nechť G je souvislý graf, který neobsahuje žádný cyklus a u, v dva jeho vrcholy, které nejsou spojené hranou. Ukažte, že $G + \{u, v\}$ již cyklus obsahovat bude.

Příklad 6.

Jak vypadají grafy, které obsahují jen vrcholy stupně:

- 1
- 2
- 1 nebo 2

Příklad 7.

Dokažte, že doplněk nesouvislého grafu je souvislý. Platí to i opačně?

Příklad 8.

Ukažte, že graf je bipartitní právě tehdy, neobsahuje-li kružnici liché délky.