

1 Množiny

Definice. Mějme množiny A a B . Uvažme množinové operace: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, A' , $A \Delta B$. Ty nazýváme po řadě sjednocení (union), průnik (intersection), rozdíl (difference), doplněk (complement) a symetrický rozdíl (symmetric difference).

Příklad 1.

Symetrický rozdíl $A \Delta B$ definujeme jako množinu prvků, které jsou buď v množině A , nebo v množině B . Zapište symetrický rozdíl pomocí ostatních operací.

Definice. Mějme množiny A a B . Uvažme jejich možné vzájemné vztahy: $A = B$, $A \subseteq B$, $B \subseteq A$. Po řadě A se rovná B , A je podmnožinou B a B je podmnožinou A . Můžeme uvažovat také $A \subset B$ a $B \subset A$, tedy A je ostrou podmnožinou B a B je ostrou podmnožinou A . [Někdy se také pro ostrou podmnožinu používá $\subsetneq$.]

2 Logika

Definice. Mějme výroky p a q . Uvažme složené výroky: $\neg p$, $p \wedge q$, $p \vee q$, $p \rightarrow q$, $p \leftrightarrow q$, $p \searrow q$. Použité logické spojky nazýváme po řadě negace (negation), konjunkce (conjunction), disjunkce (disjunction), implikace (implication), ekvivalence (equivalence) a ostrá disjunkce (exclusive disjunction) [také známá jako XOR a zobrazovaná jako $\oplus$].

Příklad 2.

Výrok s ostrou disjunkcí $p \searrow q$ je pravdivý, pokud je jeden z výroků pravdivý a druhý nepravdivý. Zapište ostrou disjunkci pomocí ostatních logických spojek.

3 Různé příklady

Příklad 3.

Kolejní topinkovač opeče krajíc chleba z jedné strany za 5 minut a vejdou se současně do něj 2 krajíce. Jak dlouho bude trvat opéct 3 krajíce? Jak dlouho n krajíců?

Příklad 4.

Máme k dispozici rovnoramennou váhu a 9 mincí. Jedna z mincí je ovšem falešná, což se pozná tak, že je lehčí než ostatní mince, které váží všechny stejně. Na kolik nejméně vážení dokážeme zjistit, která z mincí je falešná?

Příklad 5.

Mějme tabulku čokolády o $m \times n$ dílcích. Určete, kolikrát nejméně a kolikrát nejvíce budete muset nějakou část čokolády rozlomit na dvě menší části než dostanete mn jednotlivých dílků.

Příklad 6.

Máme za úkol pokrýt celou šachovnici rozměrů $n \times n$ dominovými dílky rozměrů 2×1 . Protilehlé rohy této šachovnice ovšem chybí. Pro jaká n je možné takové pokrytí najít?