Zkouška Lineární algebra 1, VZOR 2

1	2	3	4	Σ

Jméno:

---

1. Definujte pojem RREF (redukovaný odstupňovaný tvar matice). **1**
Zformulujte a dokažte větu o existenci inverzní matice. **7**

---

2. Co víte o tématu: Maticová reprezentace lineárního zobrazení.
(definice, vlastnosti, odvození, použití, souvislosti) **6**

---

3. Buď

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

matice lineárního zobrazení $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ vůči bázím B_1, B_2, přičemž

$$\begin{aligned} &B_1 \text{ se skládá z } (1,-1,-1)^T,\ (1,1,-1^T),\ (0,1,1)^T, \\ &B_2 \text{ se skládá z } (2,1,2)^T,\ (-4,2,-2)^T,\ (1,-1,-1)^T. \end{aligned}$$

Najděte dva vektory $u, v \in \mathbb{R}^3$ takové, že spolu s vektorem $f((1,0,2)^T)$ tvoří bázi $\mathbb{R}^3$. **6**

---

4. Rozhodněte a zdůvodněte, které z následujících tvrzení jsou pravdivé:

(a) Nad vhodným tělesem existuje matice A a vektor b takové, že soustava $Ax = b$ má šest řešení. **2**

(b) Inverzní matice k horní trojúhelníkové regulární matici je opět horní trojúhelníková matice. **2**

(c) Buď $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$. Pak $\mathcal{S}(A) = \mathcal{S}(A^2)$ je ekvivalentní s $\mathcal{S}(A) \cap \operatorname{Ker}(A) = \{0\}$. **2**

(d) Mezi prostory $\mathcal{P}^{15}$ (reálné polynomy stupně nejvýše 15) a $\mathbb{R}^{4\times 4}$ nad $\mathbb{R}$ existuje právě jeden isomorfismus. **2**