Zkouška Lineární algebra 1, VZOR

Jméno:

1	2	3	4	Σ

---

1. Definujte vektorový prostor. **1**
Zformulujte a dokažte Steinitzovu větu o výměně. **7**

---

2. Co víte o tématu: Lineární závislost a nezávislost.
(definice, vlastnosti, odvození, použití, souvislosti) **6**

---

3. Mějme lineární zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathcal{P}^2$ a $g : \mathcal{P}^2 \mapsto \mathbb{R}^3$ zadané následovně

$$\begin{aligned} f((1,0,0)) &= 2x^2 + x + 2, & g(2x^2 + x) &= (2,-1,8),\\ f((0,1,0)) &= -2x + 1, & g(x^2 + x) &= (3,2,5),\\ f((0,0,1)) &= 3x^2 + 3, & g(-x^2 - x + 1) &= (-1,3,-9). \end{aligned}$$

Spočítejte matici složeného zobrazení $g \circ f$ vzhledem ke kanonické bázi. **4**
Je toto zobrazení prosté a je na? **2**

---

4. Rozhodněte a zdůvodněte, které z následujících tvrzení jsou pravdivé:

(a) V každém tělese platí: $0 \neq -1$. **2**

(b) Buďte U, V, W podprostory nějakého vektorového prostoru.
Pak $(U + V) \cap (U + W) \subseteq U + (V \cap W)$. **2**

(c) Ve vektorovém prostoru $\mathbb{R}$ nad $\mathbb{Q}$ jsou vektory 3 a $\sqrt{3}$ lineárně nezávislé. **2**

(d) Buďte $f, g\colon U \to V$ lineární zobrazení. Pak $f(U) + g(U) = (f + g)(U)$. **2**