Příklad 1 (Spam filtr).
Uživatel Pavel obdržel 77 mailů. Jeho spam filtr hodí mail do spamu, pokud splní alespoň jedno z pravidel:

1. obsahuje slovo „zdarma“,
2. obsahuje alespoň tři odkazy.
3. obsahuje obrázek koťátka,

Víte, že slovo „zdarma“ obsahuje 18 mailů, alespoň tři odkazy obsahuje 20 mailů a fotku koťátka má 42 mailů. Tři odkazy a zároveň slovo „zdarma“ obsahuje 14 mailů. Žádný mail neobsahuje jak fotku koťátka, tak i slovo „zdarma“. Tři odkazy a zároveň i koťátko obsahuje 12 mailů.

Kolik mailů prošlo spam filtrem?

Příklad 2 (Počty surjekcí).
Kolik existuje funkcí *na* z $\{1, 2, 3, 4\}$ do $\{1, 2, 3\}$? Kolik je to obecně pro funkce z $[n]$ do $[m]$?

Příklad 3 (Bojovníci).
Vojevůdce Karel se rozhodl naverbovat nové bojovníky do svého vojska v přilehlé vesnici. Každý z 80ti zájemců ovládá aspoň jednu z dovedností: boj s mečem, střelba z luku nebo jízda na koni. Dokonce 15 z nich umí všechny tři dovednosti. Dále se dozvěděl, že šermovat jich umí 50 a stejný počet umí střílet z luku. Jezdit na koni jich umí 45.

Karel přijme do vojska pouze takové bojovníky, kteří ovládají právě dvě dovednosti. Ti co umí jen jednu se mu nehodí a ti co umí všechny tři si nárokují příliš vysoký žold. Kolik bojovníků Karel najme?

Příklad 4 (Eratostenovo síto).
Kolik zbyde z čísel $1, 2, \dots, n$ po vyškrtání všech násobků 2,3 a 5?

Příklad 5 (Umět si vybrat).
Kolika způsoby lze vybrat množiny $A, B \subseteq [n]$ takové, že:

a) $A \subseteq B$

b) $A = \{x\}$ a $x \in B$

Příklad 6 (Binomická věta).
Vyzkoušejte si binomickou větu na následujících příkladech. Pokaždé vznikne zajímavá identita s kombinačními čísly:

a) $(1 + 1)^n$

b) $(1 - 1)^n$

Příklad 7 (Kameny na šachovnici).
Kolika způsoby lze umístit osm kamenů na šachovnici 4×4 tak, aby se na šachovnici vyskytovaly čtyři kameny ve stejném řádku nebo stejném sloupci?

Příklad 8 (Vánoční večírek).
Na Vánoční večírek přišlo n lidí a každý přinesl jeden dárek. Kolik existuje možností rozdělení dárků mezi účastníky takových, že žádný účastník nedostane svůj vlastní dárek.

Příklad 9 (Rozlož a spočítej vol. 2).
Kolik existuje různých ekvivalencí na n prvcích? Stačí najít rekurentní vzorec.

Příklad 10 (Hokejková suma).
Dokažte kombinatorickou úvahou, že platí $\sum_{k=r}^{n} \binom{k}{r} = \binom{n+1}{r+1}$.