Definice. Pro přirozené číslo n definujeme $[n] \coloneqq \{1, 2, \ldots, n\}$

Příklad 1 (Ekvivalence či neekvivalence?).
Rozhodněte, které z následujících relací $\sim$ na množině X jsou ekvivalence. Případně popište třídy ekvivalence:

(a) $X = \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$ $a \sim b$ právě tehdy, když $n \mid (a - b)$
(b) $X = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$, $a \sim b$ právě tehdy, když $a \mid b \wedge b \mid a$
(c) $X = \mathbb{Z}$, $a \sim b$ právě tehdy, když $b = -a$
(d) $X = \mathbb{N}$, $a \sim b$ právě tehdy, když $|b - a| \leq 1$
(e) $X = 2^{\mathbb{N}}$, $A \sim B$ právě tehdy, když existuje bijekce z A do B
(f) $X = \{p : p \text{ je přímka v rovině}\}$, $p \sim q$ právě tehdy, když p a q jsou rovnoběžné

Příklad 2 (Dělitelnost).
Uvažme relaci $\mid$ na množině $[n]$.

(a) Dokažte, že jde o uspořádání. Je lineární?
(b) Nakreslete Hasseův diagram pro $n = 13$.
(c) Jaké má relace minimální a maximální prvky?
(d) Existuje nejmenší nebo největší prvek?
(e) Jaké má relace řetězce a antiřetězce?

Příklad 3 (Sbohem jedničko).
Jak se změní odpovědi z přechozího příkladu, když z množiny $[n]$ odstraníme 1?

Příklad 4 (Rozlož a spočítej).
Kolik existuje různých ekvivalencí na pěti prvcích?

Příklad 5 (Uspořádej a spočítej).
Kolik existuje různých uspořádání na čtyřech prvcích?

Příklad 6 (Uspořádání na objednávku).
Najděte uspořádání na libovolné množině s danými vlastnostmi:

(a) Nemá minimální ani maximální prvek.
(b) Nemá největší, ale má aspoň jeden maximální prvek.
(c) Nemá největší, ale má právě jeden maximální prvek.
(d) Má nekonečně mnoho minimálních prvků a má právě jeden maximální prvek.

Příklad 7 (Řetězce a antiřetězce).
Pro uspořádání daná následujícími Hasseovými diagramy najděte některý z jejich nejdelších řetězců a antiřetězců. Zdůvodněte, proč neexistují delší: