

Úvod do umělé inteligence (NAIL120)

6. cvičení

Jirka Fink

<https://ktiml.mff.cuni.cz/~fink/>

Katedra teoretické informatiky a matematické logiky
Matematicko-fyzikální fakulta
Univerzita Karlova v Praze

Letní semestr 2023/24

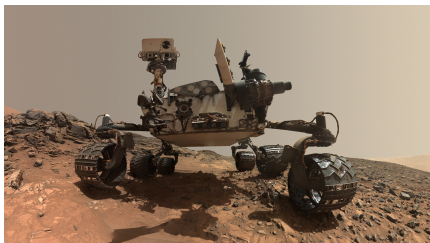
Poslední změna 27. března 2024

Licence: Creative Commons BY-NC-SA 4.0

Zadání (zkráceno)

- Máme dány počáteční a cílové pozice krabic, které máme převést pomocí aut
- Každé auto kapacitu jedné krabice
- Napište PDDL doménu obsahující právě tyto akce
 - load(box car place): Naloží krabici do auta.
 - unload(box car place): Vyloží krabici z auta.
 - move(car origin destination): Přesune auto.
- Napište jednu doménu, která vyřeší na 10 problémů.

Proč bychom měli v umělé inteligenci používat pravděpodobnost?



Proč bychom měli v umělé inteligenci používat pravděpodobnost?

- Nemusíme znát úplný matematický popis prostředí (model).
- Nemusíme mít k dispozici všechna data popisující počáteční stav.
- Kompletní model může být příliš komplikovaný pro praktické použití.
- Pravděpodobnostní model může být jednodušší, pokud umíme pravděpodobnost používat.

Jak určit pravděpodobnostní rozložení studovaných jevů?

- Statistika
- Zkušenosti, intuice a odhad

Pravděpodobnostní prostor a jev

- Jev (event) popisuje jeden možný stav světa.
- Pravděpodobnostní prostor (sample space) je množina všech jevů.

Pravděpodobnostní rozložení (Probabilistic distribution/model)

Pravděpodobnostní rozložení udává pravděpodobnost $P(\omega)$ každého jevu ω z prostoru Ω , které musí splňovat

- $P(\omega) \geq 0$ pro všechna $\omega \in \Omega$
- $\sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) = 1$

Hodnoty pravděpodobnostního rozdělení se zapisují do vektoru s předdefinovaným pořadím, např. $\mathbf{P}(\text{Mince}) = \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$.

Náhodná proměnná

- Náhodná proměnná symbolicky označuje náhodný výsledek z pravděpodobnostního modelu.
- Doména náhodné proměnné je množina všech možných hodnot, kterých může nabývat.

Pravděpodobnostní prostor a model

Podmíněnou pravděpodobností $P(a|b)$ je pravděpodobnost výskytu jevu a za předpokladu, že se vyskytl jev b , kde $P(b) > 0$.

$$P(a|b) = \frac{P(a \wedge b)}{P(b)}$$

Vlastnosti

- Product rule: $P(a \wedge b) = P(a|b)P(b)$
- Bayes' rule: $P(b|a) = P(a|b) \frac{P(b)}{P(a)}$

Značení

$P(a|b, c) = P(a|b \wedge c)$ je pravděpodobnost výskytu jevu a za předpokladu, že se vyskytly jevy b i c současně.

Uvažujme falešnou kostku, na které dvojka padá dvakrát častěji než jednička, . . . , šestka padá šestkrát častěji než jednička.

- 1 Určete pravděpodobnostní rozložení hodů jednotlivých čísel.
- 2 Jaká je pravděpodobnost, že na kostce padne liché číslo?
- 3 Jaká je pravděpodobnost, že na kostce padlo sudé číslo, jestliže je větší než 3?
- 4 Jaká je pravděpodobnost, že na kostce padlo číslo větší než 3, jestliže je sudé?

Princip inkluze-exkluze

$$P(a \vee b) = P(a) + P(b) - P(a \wedge b)$$

Marginalizace (součet pravděpodobností všech příslušných jevů)

$$P(y) = \sum_{z \in \Omega} P(y \wedge z), \text{ kde } \Omega \text{ je doména proměnné } z$$

Podmíněná marginalizace (conditioning)

$$P(y) = \sum_{z \in \Omega} P(y|z)P(z)$$

Výpočet podmíněné pravděpodobnosti pomocí marginalizace

$$P(x|y) = \frac{\sum_{z \in \Omega} P(x \wedge y \wedge z)}{\sum_{z \in \Omega} P(y \wedge z)}$$

- 1 Společnost A má tržní podíl 40 % a 5 % zboží dodává pozdě.
- 2 Společnost B má tržní podíl 30 % a 3 % zboží dodává pozdě.
- 3 Společnost C má tržní podíl 30 % a 2,5 % zboží dodává pozdě.

Dojde-li zásilka pozdě, jaká je pravděpodobnost, že ji odeslala společnost A?

Nezávislost

Následující definice nezávislosti jevů a a b jsou ekvivalentní.

- $P(a \wedge b) = P(a)P(b)$
- $P(a) = P(a|b)$
- $P(b) = P(b|a)$

Podmíněná nezávislost

Jevy a a b jsou nezávislé za podmínky c , jestliže $P(a \wedge b|c) = P(a|c)P(b|c)$.

Cvičení

- Jestliže jsou jevy a a b jsou nezávislé, jsou též jevy a a b nezávislé za podmínky c ?
- Jestliže jsou jevy a a b jsou nezávislé za podmínky, jsou též jevy a a b nezávislé (bez podmínky c)?

- 1 Rodina má dvě děti. **Mladší** je kluk. Jaká je pravděpodobnost, že druhé dítě je též kluk?
- 2 Rodina má dvě děti. **Jedno z nich** je kluk. Jaká je pravděpodobnost, že druhé dítě je též kluk?

V pytlíku máme $n - 1$ normálních mincí a jednu falešnou mající hlavu na obou stranách.

- 1 Vybereme náhodně jednu minci, hodíme ji a padne hlava. Jaká je podmíněná pravděpodobnost, že mince je falešná?
- 2 Náhodně vybranou minci k -krát hodíme a padne nám k hlav. Jaká je podmíněná pravděpodobnost, že mince je falešná?
- 3 Chceme zjistit, zda vybraná mince je falešná pomocí k hodů. Výstupem testu je *falešná*, pokud k -krát padne hlava. Jaká je (nepodmíněná) pravděpodobnost chybného výsledku testu?

Popis

- Jeskynní systém s místnostmi rozmístěnými ve 2D mřížce
- V každé místnosti je jáma s pravděpodobností p
- V místnosti sousedících s jámou je vítr (V)
- Některé místnosti jsou již prozkoumané (OK,V)
- Jaká je pravděpodobnost jámy ve všech místnostech za daných informací?

A	1	2
1	V	
2		

B	1	2	3	4	5
1		V		V	

C	1	2	3
1		V	
2		V	

Otázky

- Jsou v příkladu B krajní pozice nezávislé?
- Které pozice jsou v příkladu C nezávislé?

Jak obecně poznat, které podmnožiny pozic jsou vzájemně nezávislé?

D	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	V	V				V			V	
2						V	V			
3						V			V	
4	V		V		V	V			V	
5			V							V
6	V					V			V	

Daný počet jam

Jak se změní výpočet pravděpodobností jam, jestliže jámy nejsou generovány s pravděpodobností p , ale celkem k jam je rozmístěno rovnoměrně?



Zadání (zkráceno)

- Napište hráče pro hru hledání min (minesweeper)
- K dispozici máte
 - Velikost tabulky
 - Pravděpodobnost miny na každé pozici
 - Počet min sousedních pozic pro prozkoumaná políčka
- Napište funkci, která vrátí další pozici k prozkoumání
- Cílem je zlepšit úspěšnost triviálního hráče v zadané šabloně