

Switched classroom v lineární algebře

Jiří Fiala, KAM MFF UK

Otázky k vlastnímu rozmyšlení

- Které metodické a didaktické poznatky využívá „převrácená“ výuka?
- Jaké nároky klade na studenty, na učitele?
- Je vhodná pro každého, pro každé téma, do každé situace ...?

Před

- povědomí o tzv. „Massive open online course“ (MOOC)
- 2012/13, Oregon debata s kolegou, který vedl kurz podle přednášek z MIT
- letní semestr 2016/17 – fakultní videozáznam kurzu Kombinatorika a grafy I

+ dostupné kdykoli

+ živé publikum

– velmi, velmi pomalé

– nelze opravit chyby, přeřeknutí

– zápis na tabuli někdy hůře čitelný



- letní semestr 2019/20 – COVID: rychlý přechod na online výuku, požadavek vedení fakulty, aby materiály byly dostupné i mimo rozvržený čas přednášek (dobrovolníci, jiný čas v zahraničí ...)

Rozhodnutí

- promítaná prezentace bude vysázená
- výklad bude předtočený, stručný a rychlý
- namísto přednášky bude hromadná konzultace: obtížné partie, odpovědi na dotazy

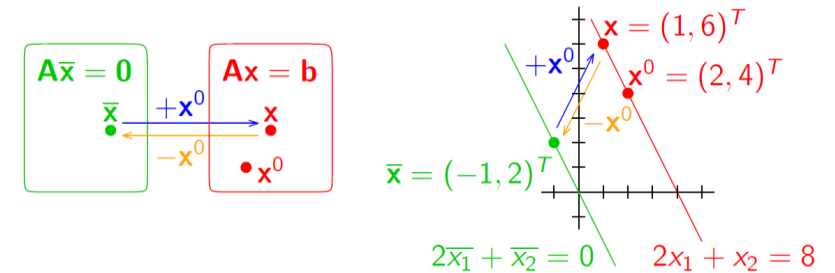
Technické nástroje:

- prezentace: LaTeX beamer, ipe
- komunikace: zoom, OneNote workbook
- editace: VSDC Free Video editor & screen recorder
- hardware: webkamera, headset, tablet, digitální fotoaparát, stativ
- ... později též: Audacity, studiový mikrofon, videokamera

Homogenní a nehomogenní soustavy

Značení: Vektory stejné délky sčítáme a odečítáme po složkách.
Vektor násobíme reálným číslem též po složkách.

Pozorování: Jestliže \mathbf{x} a \mathbf{x}^0 jsou dvě řešení $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$
potom $\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^0$ je řešením $\mathbf{A}\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$.



Důkaz: $\mathbf{A}\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^0) \stackrel{*}{=} \mathbf{Ax} - \mathbf{Ax}^0 = \mathbf{b} - \mathbf{b} = \mathbf{0}$.

*: $a_{i,1}(x_1 - x_1^0) + \dots + a_{i,n}(x_n - x_n^0) = (a_{i,1}x_1 + \dots + a_{i,n}x_n) - (a_{i,1}x_1^0 + \dots + a_{i,n}x_n^0)$

Ukázka: $2(-1) + 2 = 2(1 - 2) + (6 - 4) \stackrel{*}{=} (2 \cdot 1 + 6) - (2 \cdot 2 + 4) = 8 - 8 = 0$

První verze kurzů

- LS 2019/20: Lineární algebra 2 – anglicky
- ZS 2020/21: Lineární algebra 1 – anglicky, Matematické dovednosti - česky
- od ZS 2021/22: konzultace prezenčně (v anglickém kurzu i se studenty online)
- LS 2021/22: Lineární algebra 2 – česky
- průběžné hodnocení v univerzitní anketě
- 6. - 15. května 2022 dotazníkové šetření mezi studenty.
Dotazník byl rozeslán 191 studentům M. Balka (klasická) a 120 J. Fialy (switched), z toho 40 v anglické paralelce.
Přišlo 63 odpovědí, čili návratnost byla 20 %.
<https://kam.mff.cuni.cz/~fiala/Dotaznik.pdf>

Druhá verze kurzů

- prozatím jen Lineární algebra 1, ale česky i anglicky
- natočena v srpnu a září 2022
- <https://kam.mff.cuni.cz/~fiala/LA1/>
- řada podnětů podle článku:
Zdeněk Hurák: Převrácená výuka a nová role učitele, Vesmír 100, 536, 2021/9
<https://vesmir.cz/cz/casopis/archiv-casopisu/2021/cislo-9/prevracena-vyuka-nova-role-ucitele.html>

Vylepšení:

- kvalita zvuku, redukce šumu (nový hw i sw)
- hlubší motivační otázky k porozumění tématu, tyto studenti znají předem
- lehčí shrnující kvíz po probrání tématu
- doplněna řada ukázek, na které při klasickém výkladu nebyl čas

- ▶ Která z tvrzení pro počítání s maticemi by přestala platit, pokud by *součin* jednotlivých čísel nebyl komutativní?
- ▶ Která by přestala platit, pokud by *součet* nebyl komutativní?
- ▶ Jaké jsou předpoklady pro velikosti bloků v pravidlech pro součin blokových matic?
- ▶ Jak vypadají elementární matice pro zbývající elementární operace: přičtení t -násobku i -tého řádku k j -tému a pro záměnu dvou řádků?
- ▶ Co dává součin s elementární maticí *zprava*, neboli AE ?
- ▶ Lze metodou z přednášky vyřešit všechny lineární rovnice s jednou neznámou X , vyskytuje-li se X ve více členech? Lineární zde znamená, že v rovnici lze použít součet, rozdíl, násobek i součin s konstantními maticemi, ale nelze mocnit X .

Je-li u některých otázek více možností správných, vyberte všechny.

1. Která z následujících pravidel platí a která nikoli?
 - a) $(\alpha A)^T = \alpha A^T$
 - b) $(A + B)^T C^T = (CB)^T + (CA)^T$
 - c) $(\alpha A)^{-1} = \alpha A^{-1}$
 - d) $(A^T B^T)^{-1} = (A^{-1} B^{-1})^T$
2. Množina řešení soustavy $Ax = 0$ se singulární čtvercovou A je
 - a) \emptyset
 - b) $\{0\}$
 - c) neprázdňá konečná
 - d) nekonečná
3. Pravda nebo lež?

Pro $A \neq I_n$ neexistuje matice $B \neq A$, aby platilo $AB = BA$.
4. Je-li $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ obdélníková, pak rovnice $AX = I_m$
 - a) nemá nikdy řešení
 - b) může, ale nemusí mít řešení, jen je-li $m < n$
 - c) má řešení, kdykoli je $m < n$
 - d) může, ale nemusí mít řešení, jen je-li $m > n$
 - e) má řešení, kdykoli je $m > n$

Lekce:

Operace s maticemi, inverzní matice

– délka videa 32:04

... cca 1½ klasické přednášky

– 16 stran prezentace, např:

Ukázka k důkazu asociativity součinu

$$\begin{aligned}
 ((AB)C)_{i,j} &= \sum_{k=1}^p (AB)_{i,k} c_{k,j} = \sum_{k=1}^p \left(\sum_{l=1}^n a_{i,l} b_{l,k} \right) c_{k,j} = \\
 &= \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^n a_{i,l} b_{l,k} c_{k,j} = \sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^p a_{i,l} b_{l,k} c_{k,j} = \\
 &= \sum_{l=1}^n a_{i,l} \left(\sum_{k=1}^p b_{l,k} c_{k,j} \right) = \sum_{l=1}^n a_{i,l} (BC)_{l,j} = (A(BC))_{i,j}
 \end{aligned}$$

$$m = q = i = j = 1, n = p = 2:$$

		0	1	6
		2	3	7
4	5	10	19	193

		6
		7
0	1	7
2	3	33
4	5	193

$$\begin{aligned}
 193 &= 10 \cdot 6 + 19 \cdot 7 = (4 \cdot 0 + 5 \cdot 2) \cdot 6 + (4 \cdot 1 + 5 \cdot 3) \cdot 7 = \\
 &= (4 \cdot 0 \cdot 6 + 5 \cdot 2 \cdot 6) + (4 \cdot 1 \cdot 7 + 5 \cdot 3 \cdot 7) = (4 \cdot 0 \cdot 6 + 4 \cdot 1 \cdot 7) + (5 \cdot 2 \cdot 6 + 5 \cdot 3 \cdot 7) = \\
 &= 4 \cdot (0 \cdot 6 + 1 \cdot 7) + 5 \cdot (2 \cdot 6 + 3 \cdot 7) = 4 \cdot 7 + 5 \cdot 33 = 193
 \end{aligned}$$

Zpětná vazba podle dotazníku

- + možnost studovat vlastním tempem
- + kvalita a přístupnost materiálů
- + videa jsou násobně kratší než odpovídající přednáška
- i krátká videa mohou zabrat násobně více času
- nutnost sebekázně (přípravy)

Takto předem připravené materiály jsou lepší než prosté záznamy z přednášek.
Přijde mi to jako zajímavá změna a na konci se musíte míň učit:-)



na "přednášce" už látku nevidím poprvé, prostor pro více příkladů či různé zajímavé odbočky

Počas minulého semestra som mala problém vnímať preberané učivo a zároveň si písať poznámky, tu tento problém nevnímam. Dokážem sa sústrediť na to, čo pán Fiala rozpráva a prípadne si niečo poznačiť.

It is challenging to understand the concepts on the go during the lecture and therefore, it is hard to even come up with appropriate questions to ask. So often, students are left with gaps and questions after the lecture. With "switched classroom" students come to the lecture already aware of the material and possibly with prepared questions. This helps them deepen their knowledge.




Trocha statistiky

1. Na studium teorie jsem se zaměřil/a:
I focused on the study of theory:

 v průběhu celého semestru / <i>throughout the term</i>	35	56 %
 až při přípravě na zkoušku / <i>only in preparation for the exam</i>	27	44 %



2. Během semestru jsem se učil/a teorii:
During the term, I studied the theory:

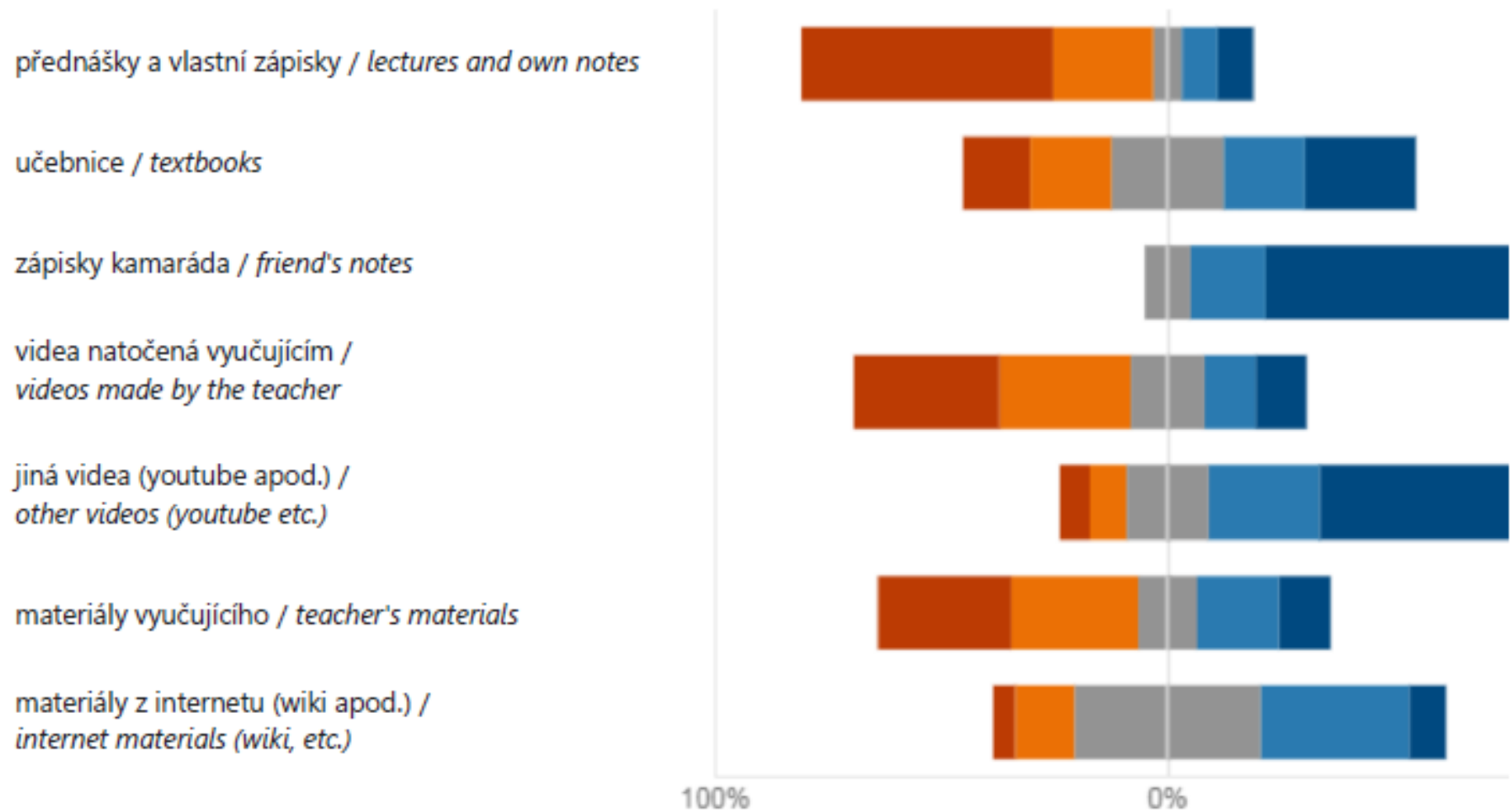
 pravidelně každý týden / <i>regularly every week</i>	9	26 %
 nejméně jednou za dva týdny / <i>at least once in two weeks</i>	10	29 %
 nárazově dle potřeby / <i>suddenly as needed</i>	15	44 %



4. Ohodnoťte, jaké zdroje jste používali při studiu

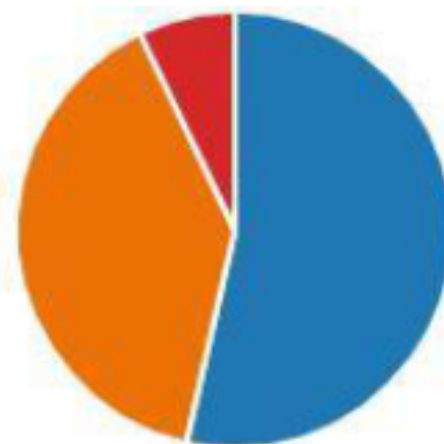
Evaluate the resources you used to study

■ vždy / always ■ často / often ■ občas / sometimes ■ výjimečně / seldom ■ nikdy / never



10. Oproti klasické výuce se cítím být připraven/a co do hloubky:
Compared to classical teaching, I feel ready in depth:

● lépe / <i>better</i>	15	54 %
● stejně / <i>equally</i>	11	39 %
● hůře / <i>worse</i>	0	0 %
● neumím posoudit / <i>cannot judge</i>	2	7 %



11. Oproti klasické výuce bylo pro mě studium předmětu:
In contrast to classical teaching, the study of the subject was for me:

● snazší / <i>easier</i>	18	64 %
● stejně náročné / <i>equally difficult</i>	6	21 %
● těžší / <i>harder</i>	3	11 %
● neumím posoudit / <i>cannot judge</i>	1	4 %



Vlastní zkušenost

- dobrá atmosféra: „Ve vyšších patrech Bloomovy pyramidy se líp učí.“
- příprava se vyplácí (pro obě strany)
- žádná otázka není špatná
- od konkrétního k abstraktnímu

... a snad látce studenti rozumějí nakonec i lépe