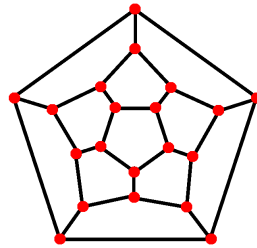


Úlohy k 9. cvičení

1. Nalezněte hamiltonovskou kružnici v pravidelném dvanáctistěnu.



2. Necht' $n \geq 3$ je přirozené. Jako $f(n)$ označme maximální počet hran v grafu na n vrcholech, který neobsahuje hamiltonovskou kružnici. Dokažte, že $f(n) = \binom{n-1}{2} + 1$. (Tj. musíte dokázat horní odhad a také zkonstruovat grafy, kde je to těsné.)
3. Je-li G graf a k přirozené číslo, jako G^k označíme graf, kde $V(G^k) = V(G)$ a $uv \in E(G^k)$ právě když vzdálenost mezi u a v v G je nejvýše k .
 - (a) Ukažte, že je-li T strom, T^3 obsahuje hamiltonovský cyklus.
 - (b) Dokažte, že pro každý souvislý graf G obsahuje G^3 hamiltonovský cyklus (může se vám hodit předchozí bod).
 - (c) Najděte souvislý graf G takový, že G^2 neobsahuje hamiltonovský cyklus.
4. Přišel vám důvěryhodně vypadající e-mail od ředitele národní nigerijské banky, že vám váš ztracený strýček odkázal krabičku, která pro určitou konstantu $C \geq 1$ umí C -aproximovat TSP v konstantním čase **na úplných grafech**. (To jest, na vstupu skříňka dostane úplný graf s hranami ohodnocenými kladnými celými čísly a vrátí nějakou hamiltonovskou kružnici, jejíž délka je maximálně C krát horší, než optimum.) Najděte způsob, jak v polynomiálním čase s pomocí tohle krabičky pro libovolný graf G (na vstupu) určit, zda obsahuje hamiltonovskou kružnici. (Jinými slovy, dokažte, že C -aproximace TSP je NP-úplná.)