

Úlohy k 8. cvičení

1. Včelař chce, aby sadař vysadil 25 nových stromků, přičemž ten má k dispozici pouze 4 druhy. Sadařova manželka odmítá ořešák, neb je velký a zabírá moc místa. (Navíc každý správný borec ví, že med z ořešáku se nedá jíst :)) Jabloně jsou jí taky proti gustu, mají jich už příliš. Naproti tomu bezmezně miluje třešňovo-švestkovou marmeládu, a tak klade tvrdé podmínky — nejvýše jeden ořešák, nejvýše 10 jabloní, alespoň 6 třešní a alespoň 8 slivoní (slivovice — silná motivace) — nebo rozvod. Kolika způsoby může sadař zabránit rozvodu? (Tedy kolik existuje různých způsobů výběru druhů stromů?)
2. Kolika způsoby lze naplnit košík n ovocnými plody za následujících (poněkud neobvyklých) podmínek?
 - Počet jablek musí být sudý,
 - počet banánů je dělitelný pěti,
 - v košíku jsou nejvýše čtyři pomeranče
 - a jedna nebo žádná hruška.
3. Zjistěte, jaká je pravděpodobnost, že při hodu 12 hracími kostkami hodíme dohromady přesně 30 ok.
4. Sestrojte dvě šestistěnné kostky takové, že na jejich stěnách jsou napsána přirozená čísla (stejně číslo může být napsáno na více stěnách, nula není přirozené číslo). Pro libovolné k platí, že pravděpodobnost, že po hodu těmito dvěma kostkami padne součet k je stejná jako při hodu standardními (pocitivými) kostkami, přitom se ale o standardní kostky nejedná.
5. Kolika způsoby je možné vydláždit obdélník o rozměrech $n \times k$ pomocí dlaždic 1×2 ?
 - Řešte pro $k = 2$.
 - A kolik různých způsobů dláždění stejnými dlaždicemi dostaneme pro $k = 3$?
6. (Tady můžete potřebovat zobecněnou binomickou větu pro neceločíselné exponenty.) Spočítejte, kolik různých dobře uzavorkovaných výrazů se dá dostat z n otevíracích a n uzavíracích závorek. (Pro $n = 2$ jsou to $()()$ a $(())$.)