

Úlohy k 1. cvičení

1. (*Princip sudosti:*) Ukažte, že pro každý graf $G = (V, E)$ platí

$$\sum_{v \in V} \deg_G(v) = 2|E|.$$

2. Je-li $G = (V, E)$ souvislý graf s $|V| \geq 2$, pak nalezněte $u \neq v \in V$ takové, že $G - u$ i $G - v$ jsou souvislé.
3. Rozhodněte, zdali je doplněk každého nesouvislého grafu je souvislý. (Je doplněk každého souvislého grafu nesouvislý?)
4. Existuje graf s alespoň dvěma vrcholy, jehož vrcholy mají navzájem různé stupně?
5. Kolik nejvíce a nejméně listů může mít strom na n vrcholech, který má stupně pouze 1 a 3?
6. Kolik má $K_{2,n}$ různých koster?
7. Kolik nejméně a kolik nejvíce hran může mít graf s n vrcholy a právě k komponentami souvislosti?
8. Sestrojte nekonečně mnoho grafů, které jsou izomorfní svému doplňku.
9. Pro každé $n \in \mathbb{N}$ sestrojte graf, který má přesně n automorfismů.