

Jméno a příjmení:

Kolik času jste potřebovali na vyřešení úloh? (včetně zápisu řešení):

1. Nalezněte vlastní čísla a vlastní vektory následující matice nad tělesem \mathbb{Z}_5 .

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Rozhodněte, zdali je tato matice diagonalizovatelná.

Jeden z vlastních vektorů spočítejte ručně. Na výpočet ostatních můžete využít počítač.

2. V tělese \mathbb{Z}_{11} spočítejte \mathbf{A}^{1000} (neboli tisící mocninu matice \mathbf{A}) pro

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

3. *Bonus za extra 5 bodů.*

Sepište a vzorově vyřešte slovní úlohu na jarní téma, při jejímž řešení budou hrát podstatnou roli vlastní čísla anebo vlastní vektory nějaké matice řádu alespoň 3.

K řešení i k výpočtu numericky vhodného zadání můžete využít počítač.

Nejzajímavější příspěvky budou představeny na některém z příštích cvičení.

Instrukce k řešení domácích úloh: Důležitý je nejen výsledek (ten lze s různou přesností zjistit různými způsoby: graficky, analyticky, apod.), ale především způsob, jak jste k němu dospěli. Srozumitelně popište podstatné kroky svých úvah. Přehledně запиšte výpočty použité k odvození výsledku. U numerických výsledků spočítejte i konkrétní čísla. Algebraické výrazy co nejvíce zjednodušte. Nezapomeňte na odpověď (a pro svůj klid ani na zkoušku, jde-li ji provést).

Pokud v zadání není uvedeno, že smíte použít počítač, je třeba celý výpočet zapsat. Počítač však vždy můžete použít k tomu, abyste si ověřili, že svůj výsledek, případně i jeho výpočet máte správně.

Úlohy si nejprve vyřešte stranou. Odevzdávejte až čistopis svého řešení bez chyb a škrtnutí. Nečitelné práce se nehodnotí. K odevzdání použijte nejlépe owl na [kam.mjf.cuni.cz/owl](mailto:kam.mjf@cuni.cz), nebo je vypracujte na papír. K tomu si můžete vytisknout i toto zadání a řešení zapsat na volné místo na stránce.

Dojde-li vám na papíře místo, vezměte další listy kancelářského papíru formátu A4, každý podepište, očísľujte a uveďte jejich počet. Odevzdané papíry budou skenovány, proto je nesešívajte ani neslepujte.