

Jméno a příjmení:

Kolik času jste potřebovali na vyřešení úloh? (včetně zápisu řešení):

1. V prostoru \mathbb{R}^4 se standardním skalárním součinem nalezněte ortonormální bázi řádkového prostoru následující matice

$$\begin{pmatrix} -4 & 1 & -2 & 2 \\ -6 & 4 & -8 & 3 \\ 8 & 3 & -6 & -4 \end{pmatrix}$$

Poté získanou bázi doplňte na ortonormální bázi celého prostoru \mathbb{R}^4 .

(Rada: matici před ortonormalizací neupravujte, jinak riskujete numericky nepřekné výsledky.)

2. Najděte \mathbf{x}' takové, že minimalizuje $\|\mathbf{Ax}' - \mathbf{b}\|$, kde

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 3 & -1 & -2 \\ 2 & -3 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = (26, 5, 34, -18, -30, -13)^T$$

Určete také hodnotu $\|\mathbf{Ax}' - \mathbf{b}\|$. (Jde o normu vzhledem ke standardnímu skalárnímu součinu).

K výpočtům pro tuto úlohu můžete použít počítač v tom smyslu, že za vás provede numerické výpočty, které byste jinak prováděli ručně — součiny matic a vektorů apod. Není těžké najít metodu, co ze zadání spočítá rovnou výsledek, ale to není cílem.

Instrukce k řešení domácích úloh: Důležitý je nejen výsledek (ten lze s různou přesností zjistit různými způsoby: graficky, analyticky, apod.), ale především způsob, jak jste k němu dospěli. Srozumitelně popište podstatné kroky svých úvah. Přehledně запиšte výpočty použité k odvození výsledku. U numerických výsledků spočítejte i konkrétní čísla. Algebraické výrazy co nejvíce zjednodušte. Nezapomeňte na odpověď (a pro svůj klid ani na zkoušku, jde-li ji provést).

Pokud v zadání není uvedeno, že smíte použít počítač, je třeba celý výpočet zapsat. Počítač však vždy můžete použít k tomu, abyste si ověřili, že svůj výsledek, případně i jeho výpočet máte správně.

Úlohy si nejprve vyřešte stranou. Odevzdávejte až čistopis svého řešení bez chyb a škrtnutí. Nečitelné práce se nehodnotí. K odevzdání použijte nejlépe owl na kam.mjf.cuni.cz/owl, nebo je vypracujte na papír. K tomu si můžete vytisknout i toto zadání a řešení zapsat na volné místo na stránce.

Dojde-li vám na papíře místo, vezměte další listy kancelářského papíru formátu A4, každý podepište, očíslovte a uveďte jejich počet. Odevzdané papíry budou skenovány, proto je nesešívajte ani neslepujte.