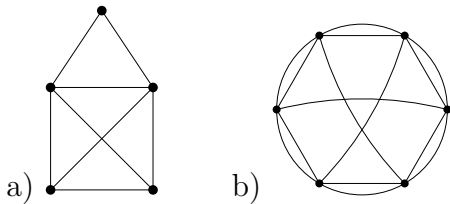


1. Pomocí adjungované matice najděte matici inverzní (pokud existuje) k následující matici a to jak nad tělesem reálných čísel tak i nad tělesem \mathbb{Z}_5

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Mějme matice \mathbf{A} , \mathbf{B} , jejichž součin komutuje a přitom \mathbf{A} je regulární. Rozhodněte, zdali také komutuje součin matic adj \mathbf{A} a \mathbf{B} .
3. V závislosti na hodnotě čtvercové matice \mathbf{A} rozhodněte, jakou hodnotu má adj \mathbf{A} .
4. Určete objem rovnoběžnostěnu určeného vektory $\mathbf{a} = (3, 1, 1)^T$, $\mathbf{b} = (2, 1, 1)^T$ a $\mathbf{c} = (2, 3, 2)^T$. (Rovnoběžnostěn v prostoru \mathbb{R}^3 obsahuje body, které lze vyjádřit lineární kombinací $\alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c}$, kde $\alpha, \beta, \gamma \in \langle 0, 1 \rangle$.)
5. Nechť lineární zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ převádí vektory $\mathbf{a} = (1, 3, 1)^T$, $\mathbf{b} = (1, 0, 3)^T$, $\mathbf{c} = (1, 1, 1)^T$ na vektory $f(\mathbf{a}) = (3, 1, 0)^T$, $f(\mathbf{b}) = (1, 0, 2)^T$, $f(\mathbf{c}) = (4, 1, 5)^T$.
Určete objem V elipsoidu $f(B_3)$, který vznikne jako obraz jednotkové koule B_3 (rozuměj koule o jednotkovém poloměru) v zobrazení f .
6. Určete počet koster následujících (multi)grafů:



7. (**sage**) Pomocí determinantu Laplaceovy podmatice určete počet koster Petersenova grafu a grafů krychle, osmistěnu, dvanáctistěnu a dvacetistěnu.
Čeho jste si všimli a proč to platí?
8. Určete součet, rozdíl, součin a podíl následujících polynomů p a q .
- a) $p(x) = 5x^3 + 3x^2 + 4x + 3$, $q(x) = 3x^2 - 1x + 5$ nad \mathbb{R}
- b) $p(x) = 3x^3 + 2x^2 + 4x + 1$, $q(x) = x^2 + 2x + 2$ nad \mathbb{Z}_5 .
9. V tělese \mathbb{Z}_p nalezněte polynom, stupně nejvýše p , který nabývá stejných hodnot pro $x \in \mathbb{Z}_p$.
- a) V tělese \mathbb{Z}_5 , $p(x) = 4x^{20} + 3x^{17} + 2x^{16} + x^{13} + 3x^{12} + 2x^{10} + 4x^9 + 2x^7 + 2x^5 + x + 3$.
- b) V tělese \mathbb{Z}_7 , $p(x) = 5x^{16} + 6x^{15} + 4x^{13} + x^{12} + 3x^{11} + 6x^{10} + 2x^9 + 3x^7 + 5x^5 + 2x + 1$.
10. Určete, kolik je různých polynomů p stupně právě tři nad tělesem \mathbb{Z}_5 takových, že $p(3) = 2$. Popište všechny takové polynomy.
11. Pomocí Lagrangeovy interpolace proložte kvadratický polynom (parabolu) body
- a) $(-1, -9)$, $(1, -3)$ a $(2, 3)$ b) $(-1, 10)$, $(1, 4)$ a $(4, 25)$