

Úlohy k 1. cvičení

1. Podle definice spočítejte determinanty následujících matic

a) nad \mathbb{R} $\begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ b) nad \mathbb{R} $\begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}$ c) nad \mathbb{C} : $\begin{pmatrix} 2-i & i+3 \\ i-3 & 2+i \end{pmatrix}$ d) nad \mathbb{Z}_5 : $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

2. Spočítejte determinanty následujících matic převodem na trojúhelníkovou matici

a) nad \mathbb{R} : $\begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}$ b) nad \mathbb{Z}_5 : $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ c) nad \mathbb{Z}_5 : $\begin{pmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

3. Rozviňte determinanty následujících matic podle 2. řádku a poté dopočítejte

a) nad \mathbb{Z}_5 : $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ b) nad \mathbb{R} : $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ c) nad \mathbb{R} : $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 100 & 100 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 0 \\ 7 & 100 & 100 & 8 \end{pmatrix}$

4. V oboru reálných čísel určete hodnotu následujícího determinantu:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \dots & n \\ -1 & 0 & 2 & 3 & 4 & \dots & n-1 \\ -1 & -2 & 0 & 3 & 4 & \dots & n-1 \\ -1 & -2 & -3 & 0 & 4 & \dots & n-1 \\ -1 & -2 & -3 & -4 & 0 & \dots & n-1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & \\ -1 & -2 & -3 & -4 & \dots & 1-n & 0 \end{vmatrix}.$$