

Úlohy k 1. cvičení, sage link <https://kam.mff.cuni.cz/~fiala/1a2-1>

1. Podle definice spočítejte determinanty následujících matic:

a) nad \mathbb{R} $\begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ b) nad \mathbb{R} $\begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}$ c) nad \mathbb{C} : $\begin{pmatrix} 2-i & i+3 \\ i-3 & 2+i \end{pmatrix}$ d) nad \mathbb{Z}_5 : $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

2. Spočítejte determinanty následujících matic převodem na trojúhelníkovou matici:

a) nad \mathbb{R} : $\begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}$ b) nad \mathbb{Z}_5 : $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ c) nad \mathbb{Z}_5 : $\begin{pmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

3. Rozviňte determinanty následujících matic podle 2. řádku a poté dopočítejte

a) nad \mathbb{Z}_5 : $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ b) nad \mathbb{R} : $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ c) nad \mathbb{R} : $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 100 & 100 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 0 \\ 7 & 100 & 100 & 8 \end{pmatrix}$

4. (**sage**) Ověřte vztah o determinantu součinu $\det(\mathbf{AB}) = \det \mathbf{A} \cdot \det \mathbf{B}$ a determinantu inverzní matice $\det(\mathbf{A}^{-1}) = (\det \mathbf{A})^{-1}$ pro náhodné regulární čtvercové matice řádu 4.

5. (**sage**) Sestrojte celočíselnou matici řádu 5 se všemi prvky kladnými a determinantem 7.