

Jméno a příjmení:

Kolik času jste potřebovali na vyřešení úloh? (včetně zápisu řešení):

1. Určete matici zobrazení $f : \mathbb{Z}_5^4 \rightarrow \mathbb{Z}_5^4$ vzhledem ke standardní bázi E (stejně v obou prostorech), přičemž obrazy vektorů $\mathbf{u}_1 = (3, 2, 4, 2)^T$, $\mathbf{u}_2 = (2, 2, 1, 2)^T$, $\mathbf{u}_3 = (0, 0, 3, 1)^T$ a $\mathbf{u}_4 = (2, 1, 1, 0)^T$ vzhledem k f jsou $f(\mathbf{u}_1) = (4, 1, 3, 2)^T$, $f(\mathbf{u}_2) = (4, 4, 2, 1)^T$, $f(\mathbf{u}_3) = (1, 3, 0, 4)^T$ a $f(\mathbf{u}_4) = (1, 1, 2, 4)^T$.

Jaký je obraz $f(\mathbf{v})$ vektoru $\mathbf{v} = (1, 2, 3, 4)^T$?

2. Ve vektorovém prostoru všech možných zobrazení $f : \mathbb{Z}_5 \rightarrow \mathbb{Z}_5$ nad tělesem $\mathbb{Z}_5$, kde součet dvou zobrazení i skalární násobek zobrazení skalárem je definováno obvyklým způsobem, vyberte z následující množiny zobrazení lineárně nezávislou podmnožinu co největší velikosti:

$$\{3x^3 + x, 3x^4 + 2x^3 + x^2 + 3, 3x^5 + x^4 + 2x^2 + 4x + 2, x^5 + x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 3, 4x^6 + 2x^4 + 4x\}$$

Zobrazení f jsou zde dána předpisy (polynomy) určujícími hodnoty $f(x)$ pro $x \in \mathbb{Z}_5$.

(Pozn.: už jsme si dříve ukázali, že konečných tělesech může jedno zobrazení odpovídat mnoha polynomům.)

Instrukce k řešení domácích úloh: Důležitý je nejen výsledek (ten lze s různou přesností zjistit různými způsoby: graficky, analyticky, apod.), ale především způsob, jak jste k němu dospěli. Srozumitelně popište podstatné kroky svých úvah. Přehledně запиšte výpočty použité k odvození výsledku. U numerických výsledků spočítejte i konkrétní čísla. Algebraické výrazy co nejvíce zjednodušte. Nezapomeňte na odpověď (a pro svůj klid ani na zkoušku, jde-li ji provést).

Pokud v zadání není uvedeno, že smíte použít počítač, je třeba celý výpočet zapsat. Počítač však vždy můžete použít k tomu, abyste si ověřili, že svůj výsledek, případně i jeho výpočet máte správně.

*Úlohy si nejprve vyřešte stranou. Odevzdávejte až čistopis svého řešení bez chyb a škrtání. Nečitelné práce se nehodnotí. K odevzdání použijte nejlépe owl na **kam.mff.cuni.cz/owl**, nebo je vypracujte na papír. K tomu si můžete vytisknout i toto zadání a řešení zapsat na volné místo na stránce.*

Dojde-li vám na papíře místo, vezměte další listy kancelářského papíru formátu A4, každý podepište, očíslovte a uveďte jejich počet. Odevzdané papíry budou skenovány, proto je nesešívajte ani neslepujte.