

Jméno a příjmení:

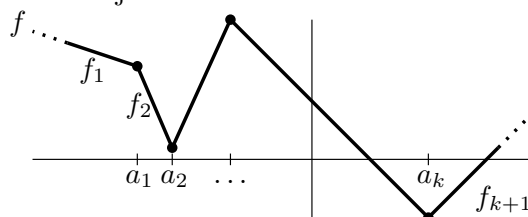
Kolik času jste potřebovali na vyřešení úloh? (včetně zápisu řešení):

1. Invertujte následující matici nad $\mathbb{Z}_{11}$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 6 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Určete, zda následující množiny reálných funkcí tvoří podprostor vektorového prostoru všech reálných funkcí $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s obvyklým sčítáním a skalárním násobkem:

- Polynomy stupně nejvýše 7 splňující, že mezi jejich kořeny patří -5 a 2 ,
- monotónní funkce,
- periodické funkce s periodou 2π , čili splňující $f(x) = f(x - 2\pi)$,
- funkce které jsou buď sudé anebo liché, neboli sjednocení množiny sudých funkcí s množinou lichých funkcí,
- spojitě po částech lineární funkce. Grafy těchto funkcí tvoří konečně mnoho na sebe navazujících lineárních funkcí jako na obrázku.



Formálně, lineární funkce je ve tvaru $f(x) = bx + c$, kde $b, c \in \mathbb{R}$. Funkce f je spojitá a po částech lineární, pokud pro nějaké $k \in \mathbb{N}$ existují reálná čísla $a_1 < a_2 < \dots < a_k$, taková, že f se skládá z celkem $k + 1$ lineárních funkcí $f_1, \dots, f_{k+1}$, kde f_1 je definovaná na intervalu $(-\infty, a_1)$, funkce f_2 na $\langle a_1, a_2 \rangle$ atd. až po f_k na $\langle a_{k-1}, a_k \rangle$ a f_{k+1} na $\langle a_k, \infty \rangle$ a tyto dílčí lineární funkce na sebe navazují v krajních bodech intervalů, čili $f_1(a_1) = f_2(a_1)$, $f_2(a_2) = f_3(a_2)$, $\dots$, $f_k(a_k) = f_{k+1}(a_k)$.

Instrukce k řešení domácích úloh: Důležitý je nejen výsledek (ten lze s různou přesností zjistit různými způsoby: graficky, analyticky, apod.), ale především způsob, jak jste k němu dospěli. Srozumitelně popište podstatné kroky svých úvah. Přehledně запиšte výpočty použité k odvození výsledku. U numerických výsledků spočítejte i konkrétní čísla. Algebraické výrazy co nejvíce zjednodušte. Nezapomeňte na odpověď (a pro svůj klid ani na zkoušku, jde-li ji provést).

Pokud v zadání není uvedeno, že smíte použít počítač, je třeba celý výpočet zapsat. Počítač však vždy můžete použít k tomu, abyste si ověřili, že svůj výsledek, případně i jeho výpočet máte správně.

*Úlohy si nejprve vyřešte stranou. Odevzdávejte až čistopis svého řešení bez chyb a škrtání. Nečitelné práce se nehodnotí. K odevzdání použijte nejlépe owl na **kam.mff.cuni.cz/owl**, nebo je vypracujte na papír. K tomu si můžete vytisknout i toto zadání a řešení zapsat na volné místo na stránce.*

Dojde-li vám na papíře místo, vezměte další listy kancelářského papíru formátu A4, každý podepište, očíslovte a uveďte jejich počet. Odevzdané papíry budou skenovány, proto je nesešívajte ani neslepujte.