

Jméno a příjmení:

Kolik času jste potřebovali na vyřešení úloh? (včetně zápisu řešení):

1. Vyřešte maticovou rovnici $\mathbf{A}^2(\mathbf{X} + \mathbf{B})\mathbf{C}^{-1} = \mathbf{D}^T - 2\mathbf{E}$

Nejprve symbolicky, poté pro konkrétní matice (pro zjištění hodnoty výsledku můžete použít počítač)

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Vezměme čtverec ABCD v rovině a všechny ekvidistantní transformace roviny, které zachovávají tento čtverec (ekvidistantní znamená, že vzdálenosti jsou zachovány, tj. rovina může být pouze posunuta, otočena nebo převrácena podle nějaké osy, ale ne natažena). Každá taková transformace dává permutaci vrcholů čtverce. Nechť D_4 je množina těchto permutací. Nechť C_4 je podmnožina D_4 obsahující permutace, kde odpovídající transformace zachovávají vrchol A na místě, nebo jej zobrazí na vrchol B.

- Vypište všechny prvky množin D_4 a C_4
- Rozhodněte, zdali D_4 a C_4 tvoří spolu s operací skládání permutací grupy.
- U každé permutace z D_4 určete délky cyklů, které v ní vyskytují.
- Určete znaménka permutací z D_4 .

Instrukce k řešení domácích úloh: Důležitý je nejen výsledek (ten lze s různou přesností zjistit různými způsoby: graficky, analyticky, apod.), ale především způsob, jak jste k němu dospěli. Srozumitelně popište podstatné kroky svých úvah. Přehledně запиšte výpočty použité k odvození výsledku. U numerických výsledků spočítejte i konkrétní čísla. Algebraické výrazy co nejvíce zjednodušte. Nezapomeňte na odpověď (a pro svůj klid ani na zkoušku, jde-li ji provést).

Pokud v zadání není uvedeno, že smíte použít počítač, je třeba celý výpočet zapsat. Počítač však vždy můžete použít k tomu, abyste si ověřili, že svůj výsledek, případně i jeho výpočet máte správně.

*Úlohy si nejprve vyřešte stranou. Odevzdávejte až čistopis svého řešení bez chyb a škrtání. Nečitelné práce se nehodnotí. K odevzdání použijte nejlépe owl na **kam.mff.cuni.cz/owl**, nebo je vypracujte na papír. K tomu si můžete vytisknout i toto zadání a řešení zapsat na volné místo na stránce.*

Dojde-li vám na papíře místo, vezměte další listy kancelářského papíru formátu A4, každý podepište, očíslovte a uveďte jejich počet. Odevzdané papíry budou skenovány, proto je nesešívejte ani neslepujte.