

Poznámky ke zkoušce z kombinatoriky a grafů I.

Na zkoušce bude zkoušena znalost tří definic, věty s důkazem, přehledu z jednoho tématu a k tomu několik jednoduchých doprovodných úloh. Seznam není kompletní ani závazný — může být požadována znalost dalších pojmů a fakt spadajících pod syllabus kurzu.

Definujte pojem vytvořující funkce posloupnosti.

Definujte zobecněný binomický koeficient.

Zformulujte zobecněnou binomickou větu.

Definujte pojmy projektivní rovina a její řád.

Definujte pojem incidenční graf množinového systému.

Definujte pojem duální množinový systém.

Definujte pojem reálná projektivní rovina.

Definujte pojem latinský čtverec a ortogonální latinské čtverce.

Definujte pojem kostry grafu.

Zformulujte rekurenci pro výpočet koster grafu.

Definujte Laplaceovu matici grafu.

Definujte pojmy hranové a vrcholové dvousouvislosti grafu.

Definujte pojem vrcholové k -souvislosti grafu.

Definujte pojem hranové k -souvislosti grafu.

Definujte pojmy artikulace a most.

Definujte pojmy síť a tok.

Definujte pojmy řez a elementární řez.

Definujte pojem (A, B) -řez.

Definujte pojem zlepšující cesta.

Definujte pojem systém různých reprezentantů.

Definujte pojem párování v grafu.

Definujte pojem vrcholové pokrytí.

Definujte, co jsou permutační a bistochastické matice.

Definujte Ramseyovo číslo.

Definujte pojem blokový kód a jeho parametry.

Definujte Hammingovu vzdálenost.

Definujte pojem ekvivalentních kódů.

Definujte kombinatorickou kouli.

Nadefinujte Hadamardův kód a určete jeho parametry.

Definujte pojem lineární kód o parametrech $[n, k, d]_q$.

Definujte pojem syndrom lineárního kódu.

Definujte pojmy duální kód a kontrolní matice kódu.

Zformulujte a dokažte:

— horní a dolní odhady faktoriálu $n!$ takové, že se liší o faktor n .

— horní a dolní odhady kombinačního čísla $\binom{2m}{m}$ takové, že se liší o faktor $\sqrt{2}$.

— větu o počtu binárních stromů.

— větu o počtu bodů a přímek projektivní roviny řádu n .

- větu o duálním systému k projektivní rovině.
- větu o konstrukci projektivní roviny z algebraického tělesa.
- větu o vztahu mezi projektivními rovinami a latinskými čtverci.
- větu o počtu koster grafu K_n prostřednictvím zakořeněných stromů.
- větu o počtu koster grafu K_n prostřednictvím determinantů.
- větu o počtu stromů s předepsaným skóre.
- Spernerovu větu o počtu nezávislých množin v množinovém systému.
- větu o maximálním počtu hran v n -vrcholovém grafu bez čtyřcyklů.
- větu, která popisuje, jak vytvořit všechny 2-souvislé grafy, a dokažte ji.
- větu, která popisuje grafy, v nichž dvojice vrcholů určují kružnice.
- Mengerovu větu o charakterizaci vrcholově t -souvislých grafů.
- Ford-Fulkersonovu větu o charakterizaci hranově t -souvislých grafů.
- tvrzení o existenci cest mezi množinami vrcholů (součást důkazu Mengerovy věty).
- větu, dává do vztahu toky a řezy v sítích.
- Hallovu větu o existenci systému různých reprezentantů.
- König-Egerváryho větu o velikosti vrcholového pokrytí.
- větu o hranové barevnosti bipartitních grafů.
- větu o doplnění latinských obdélníků.
- větu o vztahu bistochastických a permutačních matic.
- Ramseyovu větu pro grafy a k barev (včetně případu $k = 2$).
- Ramseyovu větu pro systémy p -tic.
- Erdős-Szekeresovu větu o existenci bodů v konvexní poloze.
- větu o dolním odhadu Ramseyových čísel.
- Hammingovu větu o odhadu na velikost samoopravného kódu.
- Gilbert-Varshamovovu větu o odhadu na velikost samoopravného kódu.

Zformulujte postup, jakým se kódují a dekódují lineární kódy a dokažte, že tento postup je korektní.

Sepište přehledově, co víte o odhadu faktoriálu.

Sepište přehledově, co víte o vytvářících funkcích.

Sepište přehledově, co víte o řešení rekurentních rovnic.

Sepište přehledově, co víte o projektivních rovinách.

Sepište přehledově, co víte o latinských čtvercích.

Sepište přehledově, co víte o počítání koster grafů.

Sepište přehledově, co víte o mírách souvislosti grafů.

Sepište přehledově, co víte o tocích v sítích.

Sepište přehledově, co víte o systémech různých reprezentantů.

Sepište přehledově, co víte o Ramseyově teorii.

Sepište přehledově, co víte o samoopravných kódech.

Pokud některý pojem definujete slovně, ukažte také, jak lze zavést pomocí matematického formalismu. Při formulaci tvrzení nezapomeňte na žádný z předpokladů. U přehledových otázek uveďte definice pojmů, tvrzení, algoritmy, příklady a souvislosti. Důkazy tvrzení a argumenty dokazující korektnost algoritmů u přehledových otázek uvádět nemusíte.