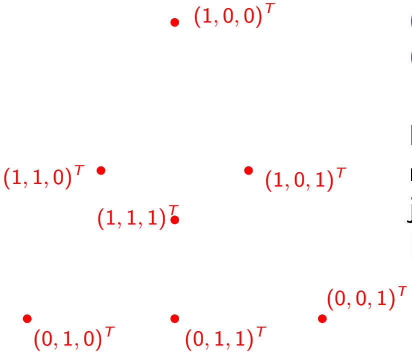
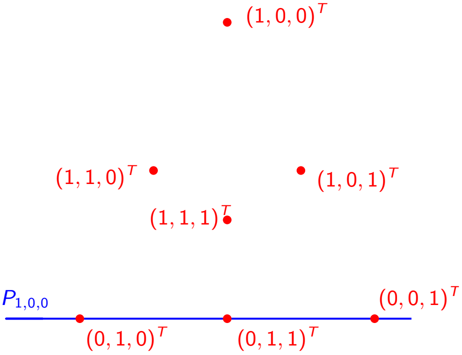
Konstrukce projektivní roviny z tělesa $\mathbb{Z}_2$ — množina bodů



$\mathbb{Z}_2^3 = \{(0,0,0)^T, (1,1,1)^T,$
$(1,0,0)^T, (0,1,0)^T, (0,0,1)^T,$
$(0,1,1)^T, (1,0,1)^T, (1,1,0)^T\}$

Protože $|\mathbb{Z}_2 \setminus 0| = 1$,
mají třídy ekvivalence $\sim$
jen jeden prvek, např.
$[(1,0,0)^T]_\sim = \{(1,0,0)^T\}$.

Konstrukce přímky

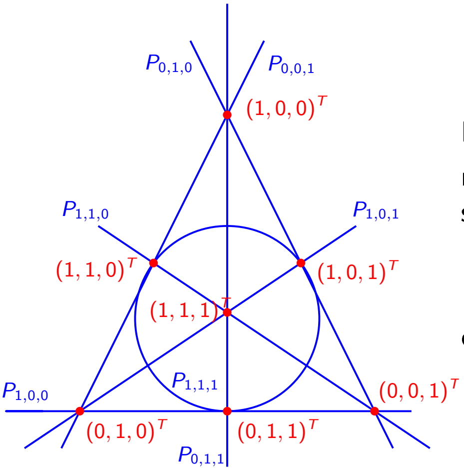


$$1 \cdot x + 0 \cdot y + 0 \cdot z = 0$$
$$\iff x = 0$$

proto

$$P_{(1,0,0)} = \{(0,1,0)^T, \\ (0,1,1)^T, (0,0,1)^T\}$$

Výsledná projektivní rovina řádu 2 — Fanova rovina



Průnik $P_{(1,0,0)} \cap P_{(0,1,1)}$ je netriviální řešení homogenní soustavy s maticí

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

což je bod $(0,1,1)^T$.

Náhled konstrukce ze $\mathbb{Z}_5$

Body: třídy ekvivalence $\sim$, např.
$[(1,0,0)^T]_\sim = \{(1,0,0)^T,(2,0,0)^T,(3,0,0)^T,(4,0,0)^T\}$.
Reprezentatnta lze volit např. tak, aby první nenulová složka byla 1.

Přímky $P_{a,b,c}$: odpovídají množinám řešení rovnice $ax+by+cz=0$ vnitřně rozděleným do tříd ekvivalence $\sim$, např.

$$\begin{aligned} P_{(1,0,0)} = \{&[(0,1,0)^T]_\sim,[(0,1,1)^T]_\sim,[(0,1,2)^T]_\sim,\\ &[(0,1,3)^T]_\sim,[(0,1,4)^T]_\sim,[(0,0,1)^T]_\sim\} \end{aligned}$$